

## شناسایی انواع تغییرات تأثیر گذار بر رفتار مدل‌های سری زمانی

رضا ذبیحی مقدم، رحیم چینی‌پرداز و غلامعلی پرهام

گروه آمار، دانشگاه شهید چمران اهواز

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۲۲ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۹۷/۱/۳۰

**چکیده:** در این مقاله روشی برای استفاده از خروجی‌های کالمن فیلتر برای شناسایی تغییرات تأثیر گذار سری زمانی ارائه شده است. از آن‌جا که الگوریتم کالمن فیلتر برای تحلیل مدل‌های فضای حالت به کار می‌رود که مدل‌های خطی ARMA را پوشش می‌دهد، استفاده از این روش می‌تواند برای شناسایی تغییرات از جمله مقادیر پرت به کار رود. در این مقاله روش پیشنهاد شده برای شناسایی پنج تغییر: نقطه پرت جمع پذیر، تغییر سطح، تغییرات فصلی، تغییر دوره و شیب ناگهانی سری زمانی استفاده شده است. توانایی روش پیشنهادی در یافتن نقاط تأثیر گذار با استفاده شبیه‌سازی نشان داده شد. به عنوان یک مثال واقعی داده‌های ازدواج در کشور انگلیس مورد بررسی قرار گرفت. **واژه‌های کلیدی:** هموارکننده فیلتر کالمن، نقاط پرت، مدل‌های ساختاری، مدل فضای حالت، شکست ساختاری.

### ۱ مقدمه

از آن‌جا که تحلیل داده‌های سری زمانی در یک چارچوب پارامتری مطرح می‌شود، انتخاب مدل در تحلیل‌ها نقش کلیدی دارد. گاهی داده‌های مشاهده شده سری زمانی تحت تأثیر یک رویداد خارجی یا عواملی دیگر قرار می‌گیرند که موجب تغییر در رفتار سری می‌شوند. این تغییرات که مداخله<sup>۱</sup> نامیده می‌شوند به وسیله متغیرهای توضیحی قابل بیان هستند. تغییرات ساختاری در سری زمانی را می‌توان به عنوان مداخله‌ای در

آدرس الکترونیکی نویسنده مسئول مقاله: رضا ذبیحی مقدم، Rezazm63@gmail.com

کد موضوع بندی ریاضی (۲۰۱۰): 91B84, 62M10

<sup>1</sup>Intervention

نظر گرفت که در مدل اصلی یک شوک<sup>۲</sup> وارد می‌کند. چون حضور تغییرات ساختاری موجب اریبی جدی در خود همبستگی و خود همبستگی جزئی می‌شود، شناسایی مدل را با مشکل روبرو می‌سازد و در نتیجه بر برآورد پارامترها و هم بر پیش‌بینی‌ها اثر نموده و زمینه ساز بروز خطای آماری می‌گردد.

کار اصلی در زمینه مداخله‌ها نخستین بار توسط فاکس (۱۹۷۲) برای دو نقطه پرت نوساز و جمع‌پذیر در مدل اتورگرسیو مطرح گردید. سپس باکس و تیانو (۱۹۷۵) با معرفی مدل‌های مداخله‌ای، یک روش کلی را برای تعیین موقعیت و نوع نقاط پرت و اصلاح اثرات آن‌ها ارائه نموده‌اند. تسای (۱۹۸۶ و ۱۹۸۸) از روش تکراری برای شناسایی نقاط پرت نوساز، جمع‌پذیر، تغییرات سطح و واریانس برای مدل‌های اتورگرسیو میانگین متحرک استفاده کرده است. با توجه به این که بیشتر داده‌های سری زمانی معمولاً ناپیستا می‌باشند، مدل‌های کلاسیک سری زمانی برای یافتن مداخله‌ها و یا پیش‌بینی‌ها کافی نخواهد بود. یکی از بهترین روش‌ها برای تحلیل چنین داده‌هایی استفاده از مدل فضای حالت است. در مدل فضای حالت که پارامترها با الگوریتم فیلتر کالمن<sup>۳</sup> برآورد می‌شوند، دیگر نیازی به ایستایی و وارون‌پذیری ندارد. استفاده از مدل فضای حالت باعث می‌شود که مداخله‌های مدل به آسانی مدل‌بندی شده و از پیچیدگی روابط رگرسیونی برای شناسایی مداخله‌ها کاسته شود.

مدل فضای حالت و فیلتر کالمن ابتدا توسط کالمن (۱۹۶۰) در سری‌های زمانی معرفی شد. از آن به بعد کاربرد آن در زمینه‌های مختلف به وسیله آماردانان گسترش یافت. هاروی و تاد (۱۹۸۳) کلاسی از مدل‌های سری زمانی پارامتری را تحت عنوان مدل‌های ساختاری<sup>۴</sup> ارائه کردند که می‌توان آن را به صورت معادلات فضای حالت نوشت و تحلیل کرد.

بررسی شوک‌ها در مدل فضای حالت نخستین بار توسط ویلاسکی و جونس (۱۹۷۶) مطرح شد. سپس هاروی و داربین (۱۹۸۶) یک مثال عملی را در مدل‌های ساختاری با تحلیل مداخله‌ای مورد بررسی قرار دادند. همچنین هاروی و کاپمن (۱۹۹۲) شناسایی نقاط پرت و تغییرات سطح را با روش خطای هموار شده در مدل‌های ساختاری مورد بررسی قرار دادند. روش کلی‌تر در فضای حالت توسط دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) مطرح گردید. آنان با استفاده از مداخله‌ای کردن مدل فضای حالت و با هموارکننده به دست آمده از فیلتر کالمن به بررسی حضور مداخله‌های نقطه پرت و تغییرات در روند پرداختند. پنزر (۲۰۰۶) به شناسایی تغییرات فصلی و شائو و همکاران (۲۰۰۹) به شناسایی نقاط پرت با روش مطرح شده دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) در سری‌های زمانی پرداخته‌اند. لازم به ذکر است که تا به حال تحقیقات انجام گرفته به

<sup>2</sup>Shock

<sup>3</sup>Kalman Filter

<sup>4</sup>Structrual Models

صورت یک متغیر توضیحی در نظر گرفته شده است. استفاده از مدل فضای حالت برای شناسایی مداخله در دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) صورت گرفته اما مدل معرفی شده به صورت ساده همراه با مداخله بوده است. در این مقاله مداخله در یک سری زمانی ساختاری شامل روند، اثرات فصلی و دوره در قالب فضای حالت مورد بررسی قرار گرفته شده است.

در بخش ۲ معرفی مدل ساختاری و انواع مداخله‌ها معرفی شده‌اند. در بخش ۳ معرفی مدل فضای حالت، فیلتر کالمن و هموارکننده کالمن پرداخته شده است. در بخش ۴ مقاله از الگوریتم فیلتر کالمن برای شناسایی مداخله‌ها استفاده شده است به این صورت که روش دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) و پنزر (۲۰۰۶) برای مدل‌های ساختاری شامل روند، اثرات فصلی و دوره به کار گرفته شده است. در بخش ۵ با استفاده از شبیه‌سازی توانایی شناسایی مداخله‌ها نشان داده شده است.

## ۲ مدل‌های ساختاری و معرفی مداخله‌های مدل‌های ساختاری

در یک مدل ساختاری مجموعه‌ای از مؤلفه‌های مشاهده نشده در مدل سری زمانی قرار می‌گیرند که هر کدام تفسیری خاص از عوامل تأثیرگذار را نشان می‌دهند. هاروی و همکاران (۱۹۹۸) کارایی این مدل‌ها را در مقایسه با مدل‌های *ARIMA* مخصوصاً هنگامی که سری با اشکال نامنظمی روبه رو هست، بررسی کردند. در مدل‌های ساختاری ویژگی‌های سری زمانی مانند: مؤلفه روند، فصل، دوره و تغییرات نامنظم (اغتشاش‌ها) است که در مدل رگرسیونی با متغیرهای توضیحی مدل‌بندی می‌شود، به گونه‌ای که این مؤلفه‌ها دارای انعطاف تغییر پذیری در طول زمان را دارا هستند. استفاده از مدل‌های ساختاری باعث می‌شود که سری مشاهدات را به مؤلفه‌های غیرقابل مشاهده که باعث درک بهتر مشخصات دینامیکی سری می‌شوند، تجزیه کرد و پایه‌ای مؤثر برای تعدیلات فصلی ایجاد کرد، همچنین پیش‌بینی‌های بهینه‌ای را با استفاده از الگوریتم‌های خاص انجام داد.

برای تحلیل داده‌ها فرض کنید مدل مناسب برای مشاهدات  $\{y_t : t = 1, \dots, n\}$  که به آن مدل صفر گفته می‌شود به صورت مدل ساختاری پایه‌ای جمعی

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \gamma_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim NID(0, \sigma_\epsilon^2)$$

باشد، که در آن  $y_t$  مشاهده در لحظه  $t$ ،  $\mu_t$  مؤلفه روند،  $\psi_t$  مؤلفه دوره،  $\gamma_t$  مؤلفه اثرات فصلی و  $\epsilon_t$  مؤلفه

تغییرات نامنظم هستند و داریم:

$$\begin{aligned} \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, & \eta_t &\sim NID(0, \sigma_\eta^2) \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + \zeta_t, & \zeta_t &\sim NID(0, \sigma_\zeta^2) \\ \begin{pmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{pmatrix} &= \rho \begin{pmatrix} \cos \lambda_c & \sin \lambda_c \\ -\sin \lambda_c & \cos \lambda_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{t-1} \\ \psi_{t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{pmatrix} \\ \sum_{j=0}^{s-1} \gamma_{t-j} &= \omega_t, & \omega_t &\sim NID(0, \sigma_\omega^2) \end{aligned}$$

در معادلات فوق  $\beta_t$  شیب،  $\lambda_c$  فرکانس مؤلفه دوره،  $\rho$  عامل میرایی دوره،  $s$  تعداد فصل‌ها در یک دوره،  $\eta_t$ ،  $\zeta_t$ ،  $\kappa_t$  و  $\kappa_t^*$  و  $\omega_t$  عامل‌های اغتشاشی و این عامل‌های اغتشاشی مستقل از یکدیگر و همچنین مستقل از اغتشاش  $\epsilon_t$  هستند. هم چنین مؤلفه‌های روند، دوره و اثرات فصلی مستقل از یکدیگرند. هرگاه مداخله در مدل صفر قرار گیرد می‌توان مدل را به صورت مدل مداخله‌ای

$$y_t = D_t(i)\delta_i + \mu_t + \psi_t + \gamma_t + \epsilon_t$$

در نظر گرفت، که در آن  $\delta_i$  یک مقدار حقیقی است که وزن مداخله  $i$ ام را نشان می‌دهد و  $D_t(i)$  تابع معرف<sup>۵</sup> مداخله در زمان  $i$  است. تابع معرف مداخله، شکل مداخله را نیز مشخص می‌کند.  $D_t(i)$  برداری سطری است و مقدار آن قبل از رخ دادن شوک یعنی  $t < i$  برابر با صفر و برای لحظاتی که شوک در مدل وجود دارد برابر با یک است. اگر پارامتر مقیاس  $\delta_i$  در مدل مداخله‌ای صفر شود، مدل با مدل صفر معادل خواهد بود. آزمون برای حضور انحراف در لحظه  $t = i$ ، معادل با آزمون  $H_0: \delta_i = 0$  می‌باشد. برای آزمون این فرض با توجه به نامعلوم بودن پارامتر مقیاس به برآورد  $\delta_i$  نیاز است که با استفاده از برآورد کمترین توان‌های دوم تعمیم یافته<sup>۶</sup> به دست می‌آید. دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) نشان داده‌اند که شبیه

<sup>5</sup>Signature

<sup>6</sup>Generalized Least Squares (GLS)

آزمون‌های رگرسیون معمولی، آماره آزمون برای این فرض به صورت زیر است:

$$\tau_i = \frac{\hat{\delta}_i}{se(\hat{\delta}_i)}$$

که  $se(\hat{\delta}_i)$  خطای استاندارد این برآورد را نشان می‌دهد و در نتیجه سطح معنی‌داری آماره به دست آمده با توجه به توزیع  $t$  مشخص می‌شود.

مهمترین مداخله‌ها یا تغییرات که در مدل‌های ساختاری با توجه به مؤلفه‌ها به وجود می‌آیند و می‌توان با استفاده از تعمیم روش مطرح شده‌ی دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) به شناسایی آن‌ها پرداخت، مداخله نقطه تنها<sup>۷</sup>، تغییر ناگهانی سطح<sup>۸</sup>، تغییر ناگهانی شیب<sup>۹</sup>، تغییر ناگهانی فصلی<sup>۱۰</sup> و تغییر ناگهانی دوره<sup>۱۱</sup> هستند. با توجه به این که به تغییراتی که تأثیر آن پایدار باشد مداخله‌های پایا و به تغییراتی که تأثیر آن موقت باشد مداخله‌های گذرا گفته می‌شود، می‌توان با توجه به مؤلفه‌ها و تعاریفی از مداخله‌ها در مدل‌های کلاسیک، مداخله‌ها را در مدل‌های ساختاری به صورت زیر بیان کرد:

مداخله نقطه تنها (پرت جمع‌پذیر): این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که تنها بر یک مشاهده تأثیر می‌گذارد. تغییر ناگهانی سطح: این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که موجب انتقال سطح سری به اندازه  $\delta$  است و به صورت پایدار است. تغییر ناگهانی شیب: این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که موجب انتقال شیب سری به اندازه  $\delta$  است و به صورت پایدار است. تغییر ناگهانی فصلی: این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که موجب تغییر ناگهانی الگوی فصلی به اندازه  $\delta$  است و به صورت پایدار است. تغییر ناگهانی دوره: این نقطه حاصل تداخل ضربه‌ای است که موجب تغییر ناگهانی دوره به اندازه  $\delta$  است و به صورت پایدار است.

از آنجا که مدل‌های ساختاری می‌توانند به صورت نامانا به کار روند. محاسبات شناسایی تغییرات ناگهانی و شوک‌ها در چنین سری‌هایی کارایی بالایی خواهد داشت. بنابراین نوشتن مدل‌های ساختاری به صورت مدل فضای حالت و استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن برای برآورد پارامترها و پیش‌بینی آماری بسیار مهم است.

<sup>7</sup>Single Outlying

<sup>8</sup>Level Sudden Change

<sup>9</sup>Slope Sudden Change

<sup>10</sup>Seasonal Sudden Shift

<sup>11</sup>Period Sudden Shift

### ۳ مدل فضای حالت و الگوریتم فیلتر کالمن

مدل فضای حالت ضمن این که بسیاری از مدل‌های خطی و غیرخطی را در بر می‌گیرد، مهم‌ترین الگوریتم آن یعنی الگوریتم پالایه کالمن برای برآورد پارامترها و پیش‌بینی نیازی به شرط ایستایی و وارون‌پذیری برای تحلیل‌های آماری ندارد. شکل کلی فضای حالت برای مشاهده  $y_t$  به صورت

$$y_t = Z_t \alpha_t + d_t + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, n$$

تعریف می‌شود، که معادله اندازه<sup>۱۲</sup> یا معادله مشاهده نامیده می‌شود. در این معادله متغیر مشاهده شده،  $Z_t$  یک بردار  $1 \times m$ ،  $\alpha_t$  یک بردار  $m \times 1$  با نام بردار حالت<sup>۱۳</sup>،  $d_t$  یک ثابت و  $\epsilon_t$  یک بردار  $1 \times 1$  از اغتشاش‌های هم توزیع با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_t^2$  است. مشاهده  $y_t$  با بردار حالت  $\alpha_t$  که معمولاً غیرقابل مشاهده هستند در ارتباط می‌باشد. این بردار حالت خود به صورت یک فرآیند مارکوف مرتبه اول به صورت

$$\alpha_t = T_t \alpha_{t-1} + c_t + \nu_t, \quad t = 1, \dots, n$$

تولید می‌شود، که معادله انتقال<sup>۱۴</sup> نامیده می‌شود. در این معادله  $T_t$  ماتریس انتقال با بعد ماتریسی  $m \times m$ ،  $c_t$  یک بردار ثابت  $1 \times m$  و  $\nu_t$  بردار اغتشاش‌ها یک بردار  $m \times 1$  هستند. این اغتشاش‌ها از یکدیگر مستقل و دارای بردار میانگین صفر و ماتریس کوواریانس  $Q_t$  هستند و این فرآیند مارکوف با بردار حالت اولیه  $\alpha_0$  شروع می‌شود و دارای میانگین و واریانس به صورت

$$E(\alpha_0) = a_0, \quad Var(\alpha_0) = p_0$$

است. در معادلات فضای حالت اغتشاش‌های  $\epsilon_t$  و  $\nu_t$  از یکدیگر مستقل هستند. این اغتشاش‌ها از بردار حالت اولیه  $\alpha_0$  نیز ناهمبسته هستند. یعنی

$$E(\epsilon_t \nu_s') = 0, \quad E(\nu_t \alpha_0') = 0, \quad E(\epsilon_t \alpha_0') = 0, \quad s, t = 1, \dots, n$$

<sup>12</sup>Measurement Equation

<sup>13</sup>State Vector

<sup>14</sup>Transition Equation

در معادلات فضای حالت ماتریس‌های  $T_t, R_t, Q_t$  و  $Z_t$  ماتریس‌های سیستمی<sup>۱۵</sup> نامیده می‌شود. اگر این ماتریس‌ها برحسب به زمان ثابت باشند، مدل زمان-همگن<sup>۱۶</sup> نامیده می‌شود که مدل‌های مانا را می‌پوشانند. ماتریس‌های سیستمی شامل پارامترهای مدل هستند که در صورت نامعلوم بودن این پارامترها باید برآورد شوند. پارامترهایی که در ماتریس‌های  $Z_t, T_t, R_t$  و  $Q_t$  هستند خواص تصادفی مدل را تعیین می‌کنند.

مثال ۷: ساده‌ترین مدل ساختاری مدل روند خطی موضعی<sup>۱۷</sup> است که با استفاده از معادلات تعریف شده به صورت

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_t + \epsilon_t, & \epsilon_t &\sim NID(0, \sigma_\epsilon^2) \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, & \eta_t &\sim NID(0, \sigma_\eta^2) \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + \zeta_t, & \zeta_t &\sim NID(0, \sigma_\zeta^2) \end{aligned}$$

نوشته می‌شود، که در آن شکل مدل فضای حالت به صورت

$$\begin{aligned} \alpha_t &= \begin{pmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{pmatrix}, & Z_t &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \\ T_t &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & Q_t &= \begin{pmatrix} \sigma_\eta^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\zeta^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

است. الگوریتم فیلتر کالمن یک فرآیند بازگشتی برای پیش‌بینی  $y_t$  است که نیاز به اطلاع از مشاهده  $y_t$  و مشاهدات قبلی آن دارد و مبتنی بر هموارسازی است. بعد از هر مرحله که مشاهده جدید اضافه می‌شود معادلات فیلتر کالمن به‌نگام می‌گردند و به همین ترتیب مراحل بعدی انجام می‌شود. برای سادگی در علامت‌گذاری فرض کنید  $Y_t = \{y_1, \dots, y_t\}$  و  $\mathbf{a}_{t-1}$  بهترین برآوردکننده بر اساس مشاهدات  $Y_{t-1}$  برای  $\alpha_{t-1}$  به صورت

$$\mathbf{a}_{t-1} = \mathbf{a}_{t-1|t-1} = E(\alpha_{t-1} | Y_{t-1})$$

<sup>15</sup>System Matrices

<sup>16</sup>Time Invariant

<sup>17</sup>locally linear trend

۱۵۰ ..... شناسایی تغییرات تأثیر گذار با فضای حالت

باشد و  $p_{t-1}$  نیز نشان دهنده ماتریس کوواریانس با بعد  $m \times m$  از خطای این برآوردکننده باشد. یعنی

$$p_{t-1} = p_{t-1|t-1} = \text{Var}[\alpha_{t-1}|Y_{t-1}]$$

حال اگر  $a_{t-1}$  و  $p_{t-1}$  در اختیار باشند، آنگاه برآورد  $\alpha_t$  و ماتریس کوواریانس برآورد  $p_t$  با توجه به اطلاعات موجود تا زمان  $t-1$  به صورت

$$a_{t|t-1} = E(\alpha_t|Y_{t-1}) = T_t E(\alpha_{t-1}|Y_{t-1}) + c_t$$

$$p_{t|t-1} = \text{Var}(\alpha_t|Y_{t-1}) = T_t \text{Var}(\alpha_{t-1}|Y_{t-1}) T_t' + Q_t$$

به دست می‌آیند، که معادلات پیش‌بینی<sup>۱۸</sup> نامیده می‌شوند. پیش‌بینی  $y_t$  در لحظه  $t-1$  به صورت

$$\hat{y}_{t|t-1} = E(y_t|Y_{t-1}) = Z_t a_{t|t-1} + d_t$$

به دست می‌آید. آنگاه  $v_t$  خطای پیش‌بینی یا نوساز<sup>۱۹</sup> در لحظه  $t-1$  عبارت است از:

$$v_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1} = Z_t(\alpha_t - a_{t|t-1}) + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, n$$

و ماتریس کوواریانس این نوسازهای متعامد به صورت

$$F_t = \text{Var}(v_t|Y_{t-1}) = Z_t p_{t|t-1} Z_t' + \sigma_t^2$$

به دست می‌آید.

وقتی مشاهدات  $y_t$  در لحظه  $t$  مشاهده شود برآوردگر  $\alpha_t$  و ماتریس کوواریانس آن به صورت

$$a_t = a_{t|t} = E(\alpha_t|Y_t) = a_{t|t-1} + p_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} v_t \quad (1)$$

$$p_t = p_{t|t} = p_{t|t-1} - p_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} Z_t p_{t|t-1}$$

<sup>18</sup>Prediction Equations

<sup>19</sup>Innovation



به‌هنگام می‌شود، که معادلات به‌هنگام <sup>۲۰</sup> نامیده می‌شود. معادلات پیش‌بینی و معادلات به‌هنگام با هم الگوریتم پالایه کالمن را می‌سازند. برای محاسبه  $\mathbf{a}_{t|t-1}$  به  $\mathbf{a}_{t|t}$  می‌توان از معادلات کلی‌تری به صورت  $p_{t|t} = p_{t|t-1} - K_t v_t$  استفاده کرد، که ماتریس واریانس-کوواریانس آن به صورت  $p_{t|t} = p_{t|t-1} - K_t v_t$  است. که در آن

$$K_t = Cov(\boldsymbol{\alpha}_t, y_t | Y_{t-1}) F_t^{-1} = p_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1}.$$

یکی دیگر از ویژگی‌های معادلات فضای حالت، الگوریتم‌های هموارکننده کالمن هستند که یک رابطه بازگشتی پسر بر اساس مجموعه کامل داده‌ها  $Y_n = \{y_1, \dots, y_n\}$  می‌باشند. دی جانگ (۱۹۸۸) و کان و انسلی (۱۹۸۹) دو نتیجه‌ای که در محاسبات هموارکننده‌ها و در شناسایی شکست ساختاری بسیار مؤثرند را به صورت

$$\mathbf{r}_{t-1} = Z_t' F_t^{-1} v_t + L_t' \mathbf{r}_t \quad t = n, \dots, 1$$

$$N_{t-1} = Var(\mathbf{r}_{t-1}) = Z_t' F_t^{-1} Z_t + L_t' N_t L_t$$

$$u_t = F_t^{-1} v_t - K_t' T_t' \mathbf{r}_t \quad t = n, \dots, 1$$

$$M_t = Var(u_t) = F_t^{-1} + K_t' T_t' N_t T_t K_t$$

مطرح کردند، که در آن‌ها

$$L_t = (T_{t+1} - T_{t+1} K_t Z_t).$$

معادله  $\mathbf{r}_{t-1}$  را مقدار باقیمانده هموارکننده حالت <sup>۲۱</sup> و معادله  $u_t$  را مقدار باقیمانده هموارکننده پاسخ <sup>۲۲</sup> می‌نامند و ماتریس کوواریانس آن‌ها به ترتیب برابر معادلات  $N_{t-1}$  و  $M_t$  هستند و همچنین  $F_t$  و  $K_t$  نیز از معادلات فیلتر کالمن به دست می‌آیند. معادلات هموارکننده کالمن هم برای شروع الگوریتم مانند معادلات فیلتر کالمن نیاز به مقادیر اولیه دارند که این مقادیر برابر  $\mathbf{r}_n = \mathbf{0}$  و  $N_n = \mathbf{0}$  فرض می‌شوند.

<sup>20</sup>Updating Equations

<sup>21</sup>State Smoothing Residuals

<sup>22</sup>Response Smoothing Residuals

#### ۴ مدل مداخله‌ای و آماره‌های هموارکننده‌هکالمن برای شناسایی مداخله‌ها

دو نوع مداخله گذرا و پایا با استفاده از تعمیم روش دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) تنها به روشی برای شناسایی مداخله‌ها پرداخته‌اند. مدل دی جانگ و پنزر (۱۹۹۸) با اندک تفاوتی که برای شناسایی مداخله‌های گذرا و پایا مناسب هستند به صورت

$$y_t = x_t(i)\delta_i + Z_t\alpha_t + d_t + \epsilon_t$$

$$\alpha_t = w_{t-1}(i)\delta_i + T_t\alpha_{t-1} + c_t + \nu_t$$

نوشته می‌شوند، که در آن‌ها  $x_t(i)$  و  $w_t(i)$  متغیرهای ساختگی مرتبط با شوک‌ها در زمان  $t$  هستند که تنها در لحظه حضور شوک  $t = i$  برابر با یک هستند و به ترتیب برای مداخله‌های گذرا و پایا استفاده می‌شوند و آن‌ها را ماتریس طرح شوک نیز می‌نامند. با جایگذاری بازگشتی معادله انتقال مدل مداخله‌ای در معادله اندازه مداخله‌ای برای  $t = 1, \dots, n$  تابع معرف مداخله‌ای برای هر دو متغیر ساختگی مرتبط با شوک‌های  $w_i$  و  $x_i$  به صورت

$$D_t(i) = \begin{cases} 0, & t = 1, \dots, i-1 \\ x_i, & t = i \\ Z_t T_{t,i+2} w_i, & t = i+1, \dots, n \end{cases}$$

به دست می‌آید، که در آن

$$T_{j,i+2} = \begin{cases} T_j \cdots T_{i+2}, & j > i+1 \\ I, & j = i+1 \\ 0, & j < i+1 \end{cases}$$

اگر مدل زمان-همگن باشد  $T_{j,i+2}$  برای  $j > i + 1$  به صورت  $T^{j-i-1}$  محاسبه می‌شود. در لحظه  $t = i$  با در نظر گرفتن تابع معرف  $D_t(i)$  و  $T_{i,j+2}$  پارامتر وزن مداخله یعنی  $\delta_i$  برآورد می‌شود. با توجه به این که الگوریتم کالمن فیلتر برای حل معادلات فضای حالت پارامترها را از طریق کمترین توان‌های دوم تعمیم‌یافته برآورد می‌کند، برآورد  $\delta_i$  به صورت  $\hat{\delta}_i = S_i^{-1} s_i$  با انحراف استاندارد  $Se(\hat{\delta}_i) = S_i^{-1}$  است (ذبیحی، ۱۳۹۲)، که در آن

$$s_i = x_i' u_i + w_i' r_i \quad (2)$$

$$S_i = x_i' F_i^{-1} x_i + J_i' N_i J_i \quad (3)$$

$$J_i = w_i - T_{i+1} k_i x_i$$

و کمیت‌های  $N_i$  و  $k_i$ ،  $F_i$ ،  $r_i$ ،  $u_i$  از الگوریتم فیلتر کالمن معرفی شده در بخش ۳ تحت مدل صفر محاسبه می‌شوند و آماره‌های مفیدی برای شناسایی مداخله‌ها به صورت  $\tau_i = S_i^{-1} s_i$  و  $\tau_i^2 = s_i' S_i^{-1} s_i$  به دست می‌آید، که اگر پارامترهای مدل صفر معلوم باشند می‌توان توزیع این آماره‌ها را مشخص کرد. برای مثال وقتی  $\delta_i$  اسکالر و پارامترها معلوم باشند آماره  $\tau_i$  دارای توزیع تقریبی نرمال استاندارد و آماره  $\tau_i^2$  دارای توزیع کای دو است. برای تشخیص موقعیت مداخله‌ها باید ماتریس طرح شوک  $x_i$  و  $w_i$  مشخصی در مدل استفاده شوند. برای شناسایی موقعیت مداخله‌های مطرح شده، مدل ساختاری با روند، اثرات فصلی، دوره را در نظر بگیرید که این مدل به محقق اجازه می‌دهد به صورت همزمان روند، شیب، اثرات فصلی و دوره را وارد مدل کند. شکل فضای حالت این مدل به صورت

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \rho \cos \lambda_c & \rho \sin \lambda_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\sin \lambda_c & \rho \cos \lambda_c \end{bmatrix}$$

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \\ \gamma_t \\ \gamma_{t-1} \\ \vdots \\ \gamma_{t-s+2} \\ \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix}, \quad \nu = \begin{bmatrix} \eta_t \\ \zeta_t \\ \omega_t \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_\zeta^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_{\kappa}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \sigma_{\kappa^*}^2 \end{bmatrix}$$

است، که بردار حالت از  $s + 3$  عنصر تشکیل شده است. برای بررسی موقعیت مداخله جمع‌پذیر با شوک وارد کردن به معادله اندازه مدل‌بندی می‌شود که تابع معرف آن تنها در لحظه  $i$  برابر با یک است. آماره آزمون برای این مداخله با استفاده از هموارکننده‌های کالمن به صورت  $\tau_i^2 = u_i' M_i^{-1} u_i$  به دست می‌آید (ذبیحی، ۱۳۹۲). برای مداخله‌هایی که دارای تغییرات پایدار هستند با شوک وارد کردن به معادله انتقال می‌توان مدل‌بندی کرد. با شوک وارد کردن به هر یک از مؤلفه‌ها می‌توان موقعیت آن‌ها را شناسایی کرد. برای

مداخله تغییر سطح با شوک وارد کردن به بردار حالت به صورت  $w_i = (1, 0, \dots, 0)'$  که تنها در ردیف اول یک و در  $s + 2$  ردیف دیگر صفر باشد و آماره تشخیصی آن به صورت  $\tau_i^1 = r_{i,1}^1 / N_{i,11}$  می‌آید، که در آن  $r_{i,1}^1$  اولین عنصر از بردار  $r_i$  و  $N_{i,11}$  اولین عنصر قطر ماتریس  $N_i$  هستند. آماره به دست آمده از هموارکننده‌های کالمن برای شناسایی تغییرات شیب با شوک وارد کردن به بردار حالت به صورت  $w_i = (0, 1, 0, \dots, 0)'$  که تنها از  $s + 3$  ردیف، ردیف دوم یک است، به صورت  $\tau_i^2 = r_{i,2}^2 / N_{i,22}$  است، که در آن  $r_{i,2}^2$  دومین عنصر از بردار  $r_i$  و  $N_{i,22}$  دومین عنصر قطر ماتریس  $N_i$  هستند.

برای تشخیص تغییرات فصلی به وسیله شوک دادن به هر یک از عناصر مؤلفه‌های فصلی بردار حالت می‌توان موقعیت مداخله تغییر ناگهانی فصلی را شناسایی کرد. فرض کنید به  $k$  امین عنصر از  $s - 1$  مؤلفه فصلی بردار حالت بعد از دو ردیف اول به صورت  $w_i = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)'$  شوک وارد شود، یعنی ردیف  $k$ ام به جز دو ردیف اول، یک و بقیه صفر باشند. در نتیجه با توجه به روش مطرح شده پنزر (۲۰۰۶) آماره تشخیصی به صورت  $\tau_i^k = r_{i,k+2}^k / N_{i,k+2,k+2}$  به دست می‌آید، که در آن  $r_{i,k+2}^k$ ،  $k + 2$  امین عنصر از بردار  $r_i$  و  $N_{i,k+2,k+2}$ ،  $k + 2$  امین عنصر قطر ماتریس  $N_i$  هستند. این آماره در شناسایی موقعیت تغییرات فصلی در مشاهدات بسیار مؤثر است. آماره‌ای که در شناسایی تغییرات دوره بسیار مؤثر می‌باشد با وارد کردن شوک به هر یک از مؤلفه‌های دوره از بردار حالت به صورت  $w_i = (0, \dots, 0, 1, 0)'$  که تنها در ردیف  $s + 2$  ام یک و بقیه ردیف‌ها صفر و  $w_i = (0, \dots, 0, 1)'$  که تنها در ردیف آخر یک و بقیه ردیف‌ها صفر هستند، به صورت

$$\tau_i^s = r_{i,s+2}^s / N_{i,s+2,s+2}, \quad \tau_i^{s+1} = r_{i,s+3}^{s+1} / N_{i,s+3,s+3}$$

به دست می‌آید، که در آن  $r_{i,s+2}^s$  و  $r_{i,s+3}^{s+1}$  به ترتیب  $s + 2$  و  $s + 3$  امین عنصر از بردار  $r_i$  و  $N_{i,s+2,s+2}$  و  $N_{i,s+3,s+3}$  به ترتیب  $s + 2$  و  $s + 3$  امین عنصر قطر ماتریس  $N_i$  هستند. تحت فرض مدل صفر و معلوم بودن پارامترها همه‌ی این آماره‌ها دارای توزیع تقریبی کای دو هستند.

## ۵ مطالعه شبیه‌سازی

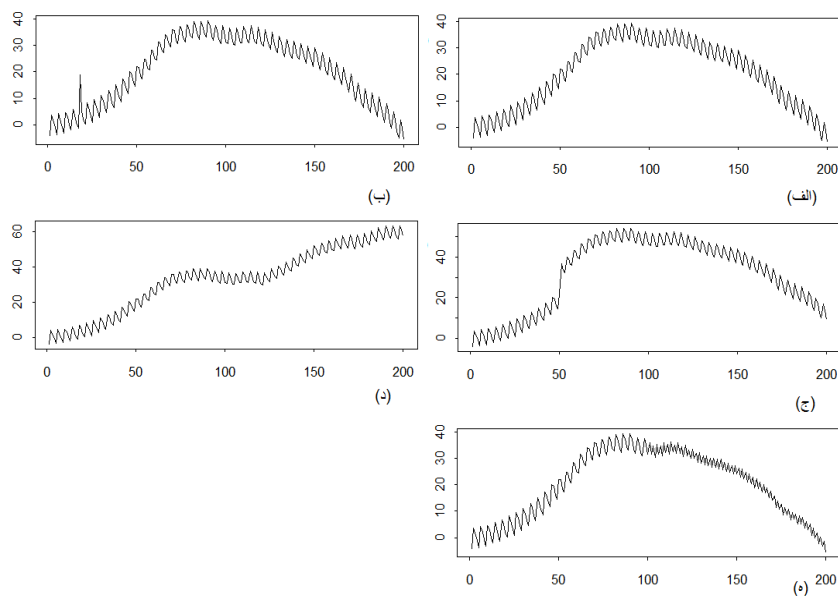
برای بررسی توانایی روش مطرح شده در این مقاله، مطالعه‌ای شبیه‌سازی برای آماره‌های به دست آمده از فیلتر کالمن فضای حالت برای شناسایی مداخله‌های مطرح شده در مدل مداخله‌ای ساختاری فصلی

ساختگی سه ماهه  $s = 4$  انجام گرفته است که ماتریس‌های سیستمی آن به صورت

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \\ \gamma_t \\ \gamma_{t-1} \\ \gamma_{t-2} \end{bmatrix} \quad \nu = \begin{bmatrix} \eta_t \\ \zeta_t \\ \omega_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

تعریف می‌شوند. ابتدا برای رسیدن به مفهوم ساده‌تری از مداخله‌های مطرح شده نمودارهای مدل فصلی ساختگی و مداخله‌ایی آن‌ها در شکل ۱ در نظر گرفته شده است:



شکل ۱. مدل فصلی ساختگی بدون مداخله و با مداخله‌ها، الف- بدون مداخله، ب- آمیخته به مداخله نقطه پرت، ج- آمیخته به مداخله تغییر سطح، د- آمیخته به مداخله تغییر شیب، ه- آمیخته به مداخله تغییر فصلی

برای بررسی عملکرد آماره حاصل از فیلتر کالمن برای شناسایی مداخله‌ها برای ۲۰۰ مشاهده شبیه‌سازی شده با ۱۰۰۰ تکرار مدل آمیخته با مداخله‌ها شده‌است. لازم به ذکر است منظور از عملکرد در این مقاله یافتن درست یک مداخله در سری زمانی است که معادل با توان یک آزمون است. برای عملکرد آماره به‌دست آمده برای شناسایی مداخله جمع‌پذیر در مدل فصلی ساختگی سه ماهه در لحظه  $t = ۱۸$  مدل مانند شکل ۱-الف آمیخته با نقطه پرت جمع‌پذیر شده است و آماره حاصل از فیلتر کالمن برای شناسایی مداخله جمع‌پذیر محاسبه شده است. در آخر دنباله‌ای از آماره‌ها در لحظه  $t = ۱۸$  به دست می‌آید و با توجه به اینکه این آماره دارای توزیع تقریبی کای دو هستند نسبت احتمال بزرگتر بودن آماره‌ها در زمان  $t = ۱۸$  در سطح‌های معنی‌داری مختلف برای هر تکرار بر ۱۰۰۰ سری‌های شبیه‌سازی شده محاسبه شده است. همچنین برای بررسی عملکرد آماره‌های شناسایی مداخله‌های تغییر سطح، تغییر ناگهانی شیب و تغییرات فصلی مدل به صورت جداگانه به ترتیب در لحظه‌های  $t = ۵۰$ ،  $t = ۱۲۰$  و  $t = ۱۰۰$  مدل مانند شکل ۱ با مداخله‌های تغییر سطح، تغییر ناگهانی شیب و تغییر ناگهانی فصلی آمیخته شده است.

آماره‌های تشخیصی مداخله‌های تغییر سطح، تغییر ناگهانی شیب و تغییرات فصلی پس از نوشتن مدل به صورت فضای حالت و اجرای الگوریتم فیلتر کالمن و هموارکننده‌های کالمن معرفی شده در بخش ۳ به صورت روابط بخش ۴ قابل محاسبه هستند. برای بررسی عملکرد آماره‌های شناسایی مداخله‌های تغییرات سطح، تغییر شیب و تغییر فصلی برای ۲۰۰ مشاهده شبیه‌سازی شده به صورت جداگانه با مداخله‌های تغییرات سطح، شیب و فصلی در زمان‌های ذکر شده دنباله‌ای از آماره‌ها برای ۱۰۰۰ تکرار به دست آمده است و با توجه به اینکه آماره‌ها دارای توزیع تقریبی کای دو می‌باشند نسبت احتمال بزرگتر بودن آماره‌ها در زمان‌های  $t = ۱۸$ ،  $۵۰$ ،  $۱۰۰$ ،  $۱۲۰$  در سطح‌های معنی‌داری مختلف برای هر تکرار بر ۱۰۰۰ سری‌های شبیه‌سازی شده محاسبه شده است.

جدول ۱ نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی برای کارایی آزمون در سطح‌های معنی‌داری مختلف برای مداخله‌های مختلف جمع‌پذیر، تغییر سطح، تغییر فصلی و تغییر شیب در تکرار ۱۰۰۰ را نشان می‌دهد.

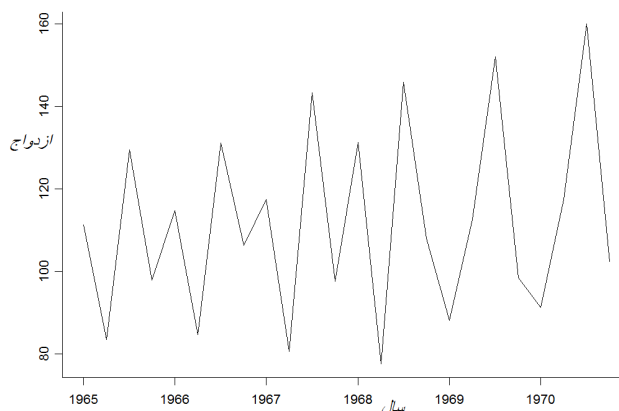
جدول ۱. عملکرد آماره‌های آزمون شناسایی مداخله‌ها برای ۱۰۰۰ تکرار

مداخله‌ها	سطح معنی‌داری	
	۱۰/۰	۰۵/۰
جمع‌پذیر	۹۳۹/۰	۶۱۱/۰
تغییر سطح	۸۸۸/۰	۴۹۴/۰
تغییرات فصلی	۹۹۹/۰	۹۹۲/۰
تغییر ناگهانی شیب	۹۶۲/۰	۷۵۲/۰

همان طور که ملاحظه می شود کارایی آماره های حاصل از فیلتر کالمن فضای حالت در سطح  $10^\circ$  برای مداخله های مختلف بسیار بالا است و همچنین مدل فضای حالت قابلیت مدل بندی مداخله های مختلف را دارد که می توان با استفاده از آماره های حاصل از فیلتر کالمن به شناسایی مداخله ها پرداخت.

## ۶ مثال کاربردی

شکل ۲ نمودار سری زمانی داده های ازدواج در انگلیس را که به صورت سه ماهه از سال ۱۹۶۵ تا ۱۹۷۰ جمع آوری شده است نشان می دهد. این داده ها در وست و هریسون (۱۹۹۷) برای بررسی روش های بیزی سری زمانی مورد بررسی قرار گرفته اند.



شکل ۲. نمودار سری زمانی تعداد ازدواج ها در انگلیس

همان طور که ملاحظه می شود سری مانا به نظر نمی رسد و مؤلفه فصلی آشکاری در رفتار سری وجود دارد. برای برازش مدل صفر به این داده ها می توان با توجه به ویژگی آن ها از مدل ساختاری مدل فصلی ساختگی زیر استفاده کرد:

$$\begin{aligned}
 y_t &= \mu_t + \gamma_t + \epsilon_t, & \epsilon_t &\sim NID(0, \sigma_\epsilon^2) \\
 \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, & \eta_t &\sim NID(0, \sigma_\eta^2) \\
 \beta_t &= \beta_{t-1} + \zeta_t, & \zeta_t &\sim NID(0, \sigma_\zeta^2)
 \end{aligned}$$



$$\sum_{j=0}^3 \gamma_{t-j} = \omega_t, \quad \omega_t \sim NID(0, \sigma_\omega^2)$$

مدل فضای حالت برای این مدل ساختاری به صورت

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha}_t = \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \\ \gamma_t \\ \gamma_{t-1} \\ \gamma_{t-2} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \eta_t \\ \zeta_t \\ \omega_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

نوشته می‌شود، که برآورد پارامترها با الگوریتم *EM* به صورت

$$\mathbf{a}_0 = (10465, 0.58, -1527, 3337, -792)'$$

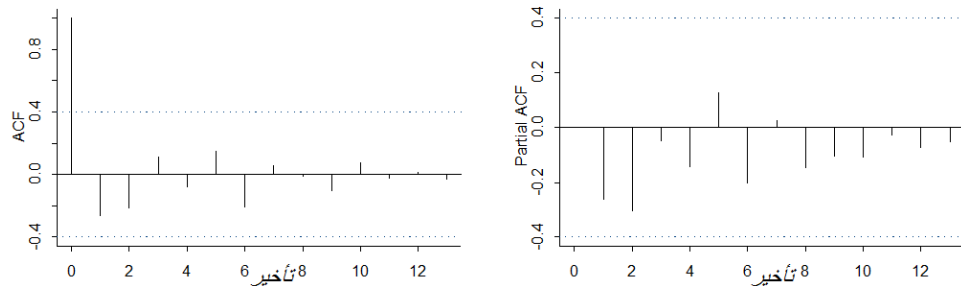
$$\mathbf{p}_0 = \text{diag}(2269, 0.127, 317, 333, 368)$$

به دست آمده است. (شاموی و استوفر، ۲۰۱۱ و یا ذبیحی، ۱۳۹۲) با توجه به شناسایی مدل و برآورد

جدول ۲. جدول برآورد پارامترها تحت فرض مدل صفر

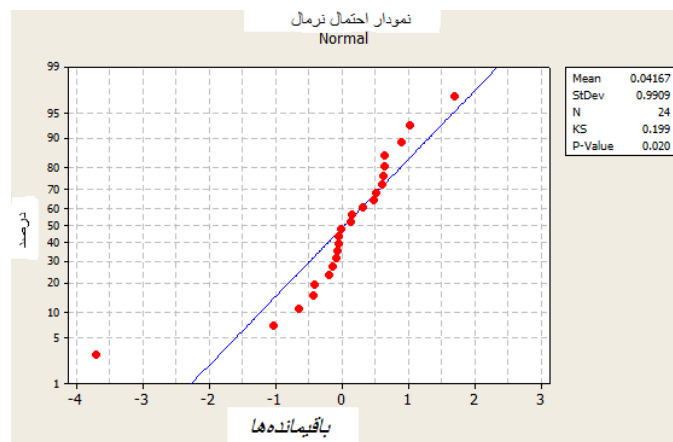
پارامترهای مدل	برآورد پارامترها
$\sigma_\epsilon^2$	۰
$\sigma_\eta^2$	۷۶۷۴/۱
$\sigma_\zeta^2$	۰۰۸/۰
$\sigma_\omega^2$	۲۵۱/۷۷

پارامترها صورت گرفته، درست بودن تشخیص مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد تا در صورت نامناسب بودن مدل، اصلاح مدل انجام گیرد. شکل ۳ نمودار خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی مانده‌های استاندارد شده را نشان می‌دهد.



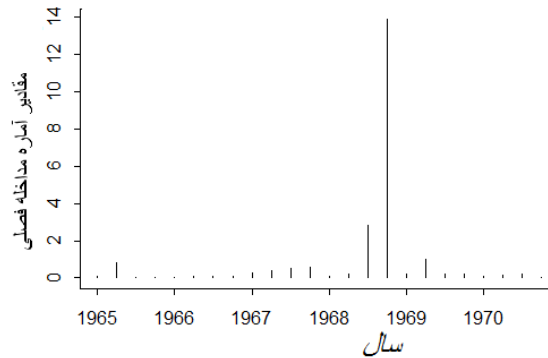
شکل ۳. نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی برای باقیمانده‌ها

همان‌طور که ملاحظه می‌شود مانده‌ها از هم مستقل هستند. برای اطمینان از نرمال بودن مانده‌ها، آزمون‌های شاپیرو و کولموگورف-اسمیرنف استفاده شده است که  $p$ -مقدار این آماره‌ها به ترتیب برابر با  $0.0002$  و  $0.02$  است، که نشان از غیر نرمال بودن مانده‌های استاندارد شده است در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴. نمودار احتمال نرمال باقیمانده‌ها با استفاده از آزمون کولموگورف-اسمیرنف

با توجه به غیر نرمال بودن مانده‌ها و بزرگ بودن مؤلفه واریانس فصلی می‌توان به وجود احتمال یک مداخله در مدل پی برد. با نوشتن مدل به صورت مداخله‌ای با مداخله‌ی فصلی و استفاده از روش مطرح شده در این مقاله می‌توان آزمون‌های تشخیصی برای شناسایی موقعیت مداخله فصلی در این داده‌ها را به کار برد. شکل ۵ نمودار آماره آزمون برای شناسایی مداخله فصلی را نشان می‌دهد.



شکل ۵. نمودار آماره تشخیصی تغییرات فصلی

همان‌طور که ملاحظه می‌شود بزرگ بودن آماره تشخیصی برای تغییرات فصلی در سه ماهه آخر ۱۹۶۸ حضور تغییر ناگهانی فصلی را تصدیق می‌کند. حضور این مداخله باعث تغییر الگوی فصلی از سه ماهه اول ۱۹۶۹ به بعد شده است و موجب کاهش بسیار زیاد ازدواج در سه ماهه اول و افزایش ازدواج در سه ماهه دوم شده است. در بررسی این تغییر معلوم شد که این پدیده به سبب تغییر قوانین مالیاتی در انگلیس صورت گرفته است که در سال ۱۹۶۹ دولت انگلیس قانونی برای حذف مالیات ازدواج در سه ماهه دوم سال که در سال‌های قبل از آن باعث رکود تعداد ازدواج در این سه ماهه بوده، به اجرا گذاشته است و این مسأله باعث افزایش تعداد ازدواج‌ها در این سه ماهه شد.

## بحث و نتیجه‌گیری

به دلیل حضور مداخله‌ها در بیشتر سری‌های زمانی لازم است در بررسی داده‌ها و انتخاب مدل وجود این تغییرات مورد توجه قرار گیرند. در صورت عدم توجه به این تغییرات، آریبی جدی در برآورد پارامترها مشاهده می‌شود و در نهایت موجب خطا در پیش‌بینی‌ها می‌گردد. با توجه به اینکه مدل فضای حالت در بسیاری از مدل‌ها کاربرد دارد و مهم‌ترین الگوریتم آن، فیلتر کالمن در برآورد پارامترها نیازی به مانایی ندارد در شناسایی مداخله‌ها بسیار کارا و دقیق است. همچنین با استفاده از روش فضای حالت آماره‌ها پس از محاسبات هموارکننده‌های فیلتر کالمن در دسترس هستند و نیازی به روابط رگرسیونی پیچیده ندارند.

## تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از سردبیر محترم مجله علوم آماری و داوران محترم همچنین ویراستار گرامی که باعث ارتقای مقاله شدند، کمال تشکر و قدردانی را دارند.

## مراجع

- ذبیحی مقدم، ر. (۱۳۹۲)، تغییرات ناگهانی فصلی در سری‌های زمانی با استفاده از فضای حالت، پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه شهید چمران اهواز.
- Box, G. E. P. and Tiao, G. C. (1975), Intervention Analysis with Applications to Environmental and Economic Problems, *Journal of the American Statistical Association*, **70**, pp 70-79.
- Chow, S. M. , Hamaker, E. L. and Allaire, C. J. (2009), Using Innovative Outlier to Detect Discrete Shift in Dynamiks in Group-Based State Space Models. *Multivariate Behavioral Research*, **44**, 465-496.
- De Jong, P. (1988a), A Cross-Validation Filter for Time Series Models, *Biometrika*, **75**, 594-600.
- De Jong, P. and J. R. Penzer (1998), Diagnosing Shocks in Time Series. *Journal of the American Statistical Association*, **93**, 796-806.
- Fox, A. J. (1972), Outliers in Time Series, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series. B,**34**, pp 350-363.
- Harvey, A. C. and Durbin, J. (1986), The Effects of Seat Belt Legislation on British Road Casualties: A Case Study in Structural Time Aeries Modelling. *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A **149**, 187-227.
- Harvey, A. C. and Koopman, S. J. (1992), Diagnostic Checking of Unobserved Component Time Series Models. *Journal of Business and Economic Statistics* **10**, 377-389.
- Harvey, A. C., S. J. Koopman, and J. Penzer (1998), Messy Time Series: a Unified Approach. *Advances in Econometrics* **13**, 103-144.
- Harvey, A. C. and Todd, P. (1983), Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins model: a Case Study with Comments, *Journal of Business and Economic Statistics*, **1**, 229-315.
- Kalman, R. E. (1960), A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans. ASME, *Journal of Basic Engineering*, **83**, 35-45.

- Kohn, R. and C. F. Ansley (1989), A Fast Algorithm for Signal Extraction, Influence and Cross-Validation in State Space Models. *Biometrika* **76**, 65–79.
- Penzer, J. R. (2006), “Diagnosing Seasonal Shifts in Time Series Using State Space Models”. *Statistical Methodology* **3**,193-200
- Shumway R. H. and Stoffer D. S. (2011), *Time Series Analysis and Application*, 3rd ed, Springer, New York.
- Tsay, R.S. (1986), Time Series Model Specification in the Presence of Outliers, *Journal of the American Statistical Association*, **81**, 132-141.
- Tsay, R. S. (1988), Outliers, Level Shifts and Variances Changes in Time Series, *Journal of Forecasting* **7**, 1-20.
- West, M. and P. J. Harrison (1997), *Bayesian Forecasting and Dynamic Models*, 2nd edt., New York: Springer Verlag.
- Willsky, A. S. and H. L. Jones (1976), A Generalized Likelihood Ratio Approach to the Detection and Estimation of Jumps in Linear Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **21**, 108–112.