Journal of Statistical Sciences, Autumn and Winter, 2023
Vol. 17, No. 2, pp 407-431
DOI: 10.61186/jss.17.2.7

Spatio-Temporal Analysis Based on One-Sided Dynamic Principal Components

Rezaeerad, N.[1], Khalafi, M.[1], Hosseinalizadeh, M.[2], Azimmohseni, M.[1]
[1]Department of Statistics, University of Golestan, Golestan, Iran.
[2]Department of Watershed and Arid Zone Management, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Golestan, Iran.

Corresponding author: M. Khalafi, m.khalafi@gu.ac.ir

Received: 6/2/2023 **Revised:** 25/11/2023 **Accepted and Published Online:** 27/11/2023.

Introduction

Spatio-temporal series are widely used in various sciences. Two challenges in most related research are forecasting and clustering of spatio-temporal series. The accuracy of analyses in these studies highly depends on the efficient modelling of the relationship of observations along time and space. In this article, one-sided dynamic principal components are introduced for spatio-temporal series and used to model the common structure of these series. Then, the principal components are used for cluster analysis and forecasting.

Material and Methods

Dynamic principal components are essential in reducing the dimension of high-dimensional multivariate time series and the large number of spatio-temporal series. Based on the index introduced in this article, the number of effective one-sided dynamic principal components can be determined. Then, these components can be used to reconstruct spatio-temporal series for further analysis. In particular, the constructed spatio-temporal series are utilized for prediction and clustering.

Results and Discussion

In order to evaluate the efficiency of one-sided dynamic principal components in forecasting and clustering, they were used to analyze the spatio-temporal rainfall series in different stations of Golestan province. The 3 one-sided

principal components explained 51% of the total variation in mean square errors. Based on these 3 principal components, the rainfall series of stations were reconstructed, and their values were used for clustering and forecasting. The results were the same based on the original series and the reconstructed ones. Moreover, although only 3 principal components were used in rainfall forecasting, the method overperformed the starma spatio-temporal models in forecasting.

Conclusion

The results of using one-sided dynamic principal components in forecasting and clustering spatio-temporal series illustrated this method's high efficiency. The clustering analysis results based on the reconstructed series were completely consistent with the dispersions of the rainfall in Golestan province. Moreover, the high accuracy in forecasting compared to the common spatio-temporal model "starma" showed the high efficiency of the one-sided dynamic principal components. The results revealed that the one-sided dynamic principal components and spatial information reflect the cross-correlation between time series in different stations. This work suggests that the one-sided dynamic principal component method is suitable for analyzing the high dimensional spatio-temporal series in various fields. Furthermore, its linear structure enables researchers in applied fields to interpret the coefficients of components more conventionally.

Keywords: One-sided dynamic principal components, Generalized cross correlation, Spatio-temporal series, Clustering, Standardized precipitation index.

Mathematics Subject Classification (2010): 62M10, 62M20.

©The Author(s). The Publisher is Iranian Statistical Society.
This is an open access article distributed under the terms and conditions of (CC BY-NC 4.0)

مجله علوم آماری، پاییز و زمستان ۱۴۰۲
جلد ۱۷، شماره ۲، ص ۴۰۷ -- ۴۳۱
DOI: 10.61186/jss.17.2.7
مقاله پژوهشی

تحلیل سری‌های زمانی - مکانی بر اساس مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه

نجمه رضایی‌راد[۱]، مهناز خلفی[۱]، محسن حسینعلی‌زاده [۲]، مجید عظیم محسنی[۱]

[۱] گروه آمار، دانشکده علوم، دانشگاه گلستان،

[۲] گروه مدیریت مناطق بیابانی، دانشکده مرتع و آبخیزداری، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

نویسنده مسئول : مهناز خلفی، m.khalafi@gu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۱۷ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۲/۹/۴ تاریخ پذیرش و انتشار: ۱۴۰۲/۹/۶

چکیده: تحلیل سری‌های زمانی - مکانی در علوم مختلف حائز اهمیت اما در عین حال چالش برانگیز است. دقت تحلیل‌های سری‌های زمانی - مکانی به نحوه تبیین صحیح ارتباط در بعد زمان و مکان آنها بستگی دارد. در این مقاله، مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه جهت مدل‌سازی ساختار مشترک سری‌های زمانی - مکانی معرفی و مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مولفه‌های اصلی با مجموعه داده‌هایی که شامل تعداد زیادی از سری‌های زمانی - مکانی است، قابل استفاده است. مولفه‌های اصلی دینامیکی علاوه بر ارتباط مکانی، تشخیص روند و روند فصلی، انعکاس دهنده سایر عوامل مشترک زمانی و مکانی در مجموعه‌ای از سری‌های زمانی - مکانی هستند. جهت بررسی کارایی مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه، از آنها برای خوشه‌بندی و پیش‌بینی در سری‌های زمانی - مکانی استفاده می‌شود. بر اساس سری‌های زمانی - مکانی بارندگی در ایستگاه‌های مختلف استان گلستان، کارایی مولفه‌های اصلی در خوشه‌بندی ایستگاه‌های هیدرومتری، مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین پیش‌بینی بر اساس مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه برای مقادیر شاخص بارش استاندارد که یک شاخص مهم در بیان خشکسالی می‌باشد، انجام می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه، همبستگی متقابل تعمیم یافته، سری زمانی - مکانی، خوشه‌بندی، شاخص بارش استاندارد.

کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62M10 ، 62M20.

©نویسند(گان). ناشر انجمن آمار ایران است.
این مقاله با دسترسی آزاد تحت شرایط و ضوابط (CC BY-NC 4.0) توزیع شده است.

۱ مقدمه

در بسیاری از علوم کاربردی، از جمله اقتصاد، محیط زیست، هیدرولوژی، هواشناسی، پزشکی و غیره مشاهدات به صورت دینامیکی از مکان‌های مختلف ثبت می‌شوند. به عبارت دیگر این مشاهدات را می‌توان به عنوان سری‌های زمانی - مکانی مورد مطالعه قرار داد. مطالعات گسترده‌ای بر سری‌های زمانی - مکانی صورت گرفته است که بخشی از این مطالعات جنبه توصیفی و بخشی دیگر به ساختار دینامیکی این سری‌ها توجه داشته‌اند. در مطالعات دینامیکی سری‌های زمانی - مکانی دو تحلیل از اهمیت بیشتری برخوردار هستند و اکثر مطالعات در این حوزه، معطوف به این دو نوع تحلیل است. نوع اول تحلیل، بر مدل‌سازی و پیش‌بینی این سری‌ها تاکید دارد و در نوع دوم، تحلیل خوشه‌بندی، تحلیل ممیزی و رده‌بندی سری‌های زمانی - مکانی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای مدل‌سازی و پیش‌بینی سری‌های زمانی - مکانی، مدل‌های مختلفی در نظر گرفته شده است؛ مدل‌های بیزی بردار خودبازگشتی[1] $(BVAR)$ مبتنی بر تابع چگالی پیشین پارامترهای همبستگی مکانی که در مطالعات داده‌های چندگانه حاصل از میدان‌های تصادفی[2] نیز به کار گرفته می‌شود توسط لی ساژ و کریولیوا (۱۹۹۹) ارائه شد. همچنین مدل‌های خودبازگشتی میانگین متحرک زمانی - مکانی[3] $(STARMA)$ که تعمیم مدل‌های باکس - جنکینز (۲۰۱۳) بوده و توسط فیفر و داچ (۱۹۸۰) معرفی شدند، در مدل‌سازی و پیش‌بینی سری‌های زمانی - مکانی موفقیت‌آمیز هستند، که در این پژوهش نیز برای مقایسه با روش مولفه‌های اصلی دینامیکی، این مدل‌ها به کار گرفته شده است.

یک رویکرد مناسب در مطالعات دینامیکی سری‌های زمانی - مکانی تبدیل آنها به سری‌های زمانی چند متغیره با بعد مکان است. این رویکرد سبب می‌شود که بتوان از تحلیل‌های سری‌های زمانی چند متغیره که در سال‌های اخیر پیشرفت قابل توجهی داشته برای سری‌های زمانی - مکانی استفاده کرد. یکی از رایج‌ترین روش‌های مدل‌سازی و پیش‌بینی برای سری‌های زمانی چندگانه، مدل‌های $VARMA$ است که می‌توان از آن برای پیش‌بینی سری‌های زمانی - مکانی نیز استفاده کرد. همچنین از تکنیک‌های متعددی که در دامنه زمان و طیف سری‌های زمانی چندگانه جهت خوشه‌بندی، تحلیل ممیزی و رده‌بندی مطرح شده است می‌توان برای سری‌های زمانی - مکانی استفاده کرد، انصاری و همکاران (۲۰۲۰). یک مشکل اساسی در این رویکرد زمانی اتفاق می‌افتد که تعداد مکان‌ها زیاد باشد. در این حالت سری‌های زمانی - مکانی تبدیل به سری‌های زمانی با بعد بالا می‌شوند. در این حالت اکثر روش‌های بیان شده کارایی چندانی ندارند (ژائو و تیسی ، ۲۰۱۹). یکی از روش‌های رفع این مشکل، استفاده از تحلیل مولفه‌های اصلی به عنوان ابزاری قوی در کاهش بعد سری‌های زمانی - مکانی است. تکنیک رایج در کاهش بعد سری‌های زمانی - مکانی، در نظر گرفتن این سری‌ها به صورت داده‌های تابعی چندگانه و سپس استفاده از مولفه‌های اصلی تابعی است. به این صورت که سری‌زمانی ثبت شده از یک مکان به صورت یک داده تابعی در نظر گرفته می‌شود و مولفه‌های اصلی آن با ارتباط مکانی اصلاح می‌شود. در مدل‌سازی و پیش‌بینی سری‌های زمانی - مکانی ویکل و هولان (۲۰۱۱) و هنگل و همکاران (۲۰۱۲)؛ برای خوشه‌بندی سری‌های زمانی - مکانی

[1] Beysian vector autoregressive
[2] Random fields
[3] Space-time autoregressive moving average

زیسکو و همکاران (۲۰۲۲) و زیسکو و همکاران (۲۰۲۳) و همچنین دت و کانز (۲۰۲۳) به عنوان مشخص‌سازی تغییرات مکانی و زمانی میانگین سری‌های زمانی – مکانی از ابزار تابعی استفاده کرده‌اند. ایراد اساسی این روش پیچیدگی آن می‌باشد، به خصوص زمانی که تاخیرهای زمانی نیز در تحلیل در نظر گرفته شود، الگوریتم‌های تعیین مولفه‌های اصلی زمانی – مکانی بسیار پیچیده و با ملاحظات و تحت فرضیات زیادی محاسبه می‌شود. به نظر می‌رسد تبدیل سری‌های زمانی – مکانی به سری‌های زمانی چندگانه با بعد بالا، تحلیل برای این سری‌ها را تسهیل کند. ایراد اساسی وارد بر مولفه‌های اصلی در سری‌های زمانی چندگانه، دینامیک نبودن آن است؛ به عبارتی در ساختار مولفه‌های اصلی فقط از بردارهای ویژه‌ی ماتریس کواریانس نمونه در تاخیر صفر استفاده شده است؛ بنابراین مولفه اصلی در هر زمان مشخص یک ترکیب خطی از سری زمانی چندگانه مورد مطالعه در همان زمان است (بردی و همکاران ، ۲۰۰۴؛ آراوانا و لاکمن ، ۲۰۰۹؛ دابانلی و همکاران ، ۲۰۱۷). در نظر گرفتن ارتباط متقابل در تاخیرهای مختلف در ساختار مولفه‌های اصلی دینامیکی منطقی به نظر می‌رسد، بدین منظور باکس و تیائو (۱۹۷۷) برای اولین بار مولفه‌های اصلی با قابلیت پیش‌بینی را معرفی کردند. همچنین مولفه‌های اصلی دینامیکی، به منظور کمینه کردن خطای حاصل از بازسازی سری زمانی مشاهداتی بر اساس مولفه‌های اصلی، توسط بریلینجر (۱۹۸۱) معرفی شد. در سالهای اخیر پنا و همکاران (۲۰۱۹)، مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه[1] $(ODPC)$ را به منظور پیش‌بینی سری‌های زمانی چندگانه، با قابلیت استفاده برای ابعاد بالا را معرفی کردند. یک ویژگی مهم دیگر مولفه اصلی دینامیکی قابل استفاده بودن آن برای سری‌های زمانی ناایستا است، به عبارتی مبتنی بر فرضیات زیادی بر سری‌های زمانی چندگانه نیست.

هدف اصلی این مقاله استفاده از مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه به عنوان یک روش کارا در تعیین مولفه‌های اصلی سری‌های زمانی – مکانی است. این روش، تلفیقی از تاخیرهای زمانی و مکانی را در ساخت مولفه‌های اصلی به کار می‌برد. همچنین با این نگرش، علاوه بر در نظر گرفتن اطلاعات مکانی در پیش‌بینی، سایر عواملی که منجر به ارتباط متقابل در سری‌های زمانی مکان‌های مختلف می‌شود در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر پیش‌بینی، از مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه می‌توان به منظور خوشه‌بندی، تحلیل ممیزی و رده‌بندی استفاده کرد. در این پژوهش به منظور ارزیابی مولفه‌های اصلی دینامیکی، از آنها برای پیش‌بینی و خوشه‌بندی استفاده می‌شود. برای خوشه‌بندی سری‌های زمانی – مکانی، از معیار همبستگی متقابل تعمیم یافته که توسط آلونسو و پنا (۲۰۱۹) برای سری‌های زمانی چندگانه با بعد بالا معرفی شده، استفاده می‌شود.

برای بررسی دقت و صحت مولفه‌های اصلی دینامیکی در پیش‌بینی و خوشه‌بندی، در این پژوهش از سری‌های زمانی – مکانی بارندگی مربوط به ۳۵ ایستگاه هیدرومتری در استان گلستان استفاده شده است. همچنین با استفاده از شاخص بارش استاندارد SPI[2] که بر اساس میزان بارش طراحی شده است، به موضوع خشکسالی که یکی از مسائل پرچالش چه در سطح ایران و چه جهان است پرداخته می‌شود. محققان زیادی پدیده خشکسالی را به علت تأثیر زیاد آن، در رده نخست فهرست پدیده‌های مخاطره‌آمیز طبیعی به‌شمار می‌آورند (میشرا و سینگ ، ۲۰۱۰).

[1] One-sided dynamic principal components
[2] Standardized precipitation index

خشکسالی نه تنها در کشورهایی با اقلیم خشک و نیمه‌خشک مانند ایران، بلکه در سطح کشورهای مرطوب اتحادیه اروپا به‌عنوان یک مسئله مهم شناخته شده است (کامپراگو و همکاران ، ۲۰۱۱). اگرچه خشکسالی در همه رژیم‌های آب و هوایی کشور با شدت و ضعف رخ می‌دهد، اما ویژگی‌ها و اثرات زیان‌بار آن در رژیم‌های مختلف آب و هوایی متفاوت است. این خسارات در مناطق خشک که از دیدگاه اقتصادی ساختار شکننده‌تری دارند، نمود بیش‌تری یافته و اثرات منفی ماندگاری را از جهات مختلف برجای می‌گذارند (رضیئی و همکاران ، ۱۳۹۸). همچنین خشکسالی هواشناسی می‌تواند زمانی روی دهد که کاهش قابل ملاحظه‌ای در بارندگی یک ناحیه، نسبت به میانگین بلند مدت آن به وجود آید. یکی از خطرناک‌ترین و مخرب‌ترین اثرات خشکسالی ضایعاتی است که بر محیط زیست، منابع طبیعی، زیستگاه‌ها و اکوسیستم‌ها وارد می‌گردد. به هرحال کشور ایران و از جمله استان گلستان از وقوع خشکسالی مستثنی نبوده و همانند سایر کشورها و مناطق جهان، در گذشته خشکسالی‌هایی در آن به وقوع پیوسته و در آینده نیز در آن رخ خواهد داد؛ بدین جهت محققین همواره به دنبال راه حل‌هایی برای مقابله با خشکسالی هستند. گام نخست در ارائه راهکار، انتخاب روشهای مناسب برای مدل‌سازی و پیش‌بینی میزان بارندگی در یک منطقه است. یکی از راهکارهای پیشنهادی، مدل‌سازی مشخصه‌های بارندگی با استفاده از مدلهای زمانی - مکانی است که در سالهای اخیر مورد توجه پژوهشگران این حوزه قرار گرفته است. با توجه به اهمیت لحاظ کردن توام زمان و مکان در تجزیه و تحلیل شاخص‌های بارندگی، فغانی (۱۳۹۴) به تحلیل زمانی - مکانی خشکسالی هواشناسی در کل پهنه جغرافیایی ایران در یک دوره‌ی بلند مدت ۲۵ ساله با استفاده از شاخص SPI پرداخت. در این تحقیق شبکه مکانی نقاطی به فواصل مکانی ۱۰ کیلومتری تعیین و برای نقاط این شبکه مقادیر درون‌یابی شده[1] SPI استخراج گردید، سپس سری زمانی نقاط درون‌یابی به روش k-میانگین، خوشه‌بندی شدند. نتایج این پژوهش نشان داد که پهنه جغرافیایی ایران از لحاظ تغییرات خشکسالی طی فصل‌های بهار، تابستان، پاییز و زمستان به ترتیب ۸، ۱۰، ۹ و ۶ خوشه دسته‌بندی می‌شود.

حسنعلیزاده و همکارانش (۱۳۹۴) به مدل‌سازی توام تغییرات زمانی و مکانی بارش ماهانه در استان گلستان پرداختند. آن‌ها از داده‌های بارندگی ماهانه ۳۰ ایستگاه باران سنجی طی دوره ۳۰ ساله استفاده کرده و برای تحلیل زمانی - مکانی داده‌ها با بررسی مدل‌های مختلف تغییرنمای[2] زمانی - مکانی، مدل متریک جمعی را به عنوان مدل مناسب انتخاب کردند. سپس به کمک این مدل، درون‌یابی را انجام دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که الگوی تغییرات بارش در نقشه‌های استخراج شده با نقشه‌های مقادیر مشاهداتی مشابهت زیادی دارد و نشان دهنده مناسب بودن مدل‌سازی است؛ همچنین با توجه به نتایج به دست آمده مقدار بارندگی در مناطق بدون ایستگاه را در هر بازه‌ی زمانی تعیین کردند.

در بخش ۲ این مقاله به معرفی مولفه‌های اصلی دینامیکی سری‌های زمانی - مکانی پرداخته و یک الگوریتم بازگشتی برای ایجاد آنها ارائه می‌شود. همچنین در این بخش تحلیل خوشه‌ای بر مبنای فاصله همبستگی متقابل تعمیم‌یافته و پیش‌بینی برای سری زمانی - مکانی بر اساس مولفه‌های اصلی یکطرفه ارائه می‌گردد. در بخش ۳، با

[1] Interpolation
[2] Variogram

استفاده از داده‌های بارندگی مربوط به ایستگاه‌های استان گلستان، نتایج پیش‌بینی طبقات خشکسالی و خوشه‌بندی با استفاده از مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه بیان شده است.

۲ تحلیل سری‌های زمانی - مکانی بر اساس مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه

در این بخش مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه معرفی و تحلیل خوشه‌ای و پیش‌بینی برای سری‌های زمانی - مکانی بر حسب مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه ارائه می‌گردد.

مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه سری زمانی - مکانی:

فرض کنید $\{X_{t,1}\ ;t=1,\dots,T\},\dots,\{X_{t,m}\ ;t=1,\dots,T\}$ سری‌های زمانی ثبت شده از m مکان باشند؛ با در نظر گرفتن زمان‌های یکسان در این m مکان می‌توان سری‌های زمانی - مکانی را به صورت سری زمانی m–گانه بیان کرد و در نتیجه مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه سری زمانی - مکانی بدین صورت تعریف می‌شود.

تعریف ۱. فرض کنید ترکیب خطی $f_t(\mathbf{a})$، از گذشته و حال سری زمانی m مکان $\mathbf{X}_t=(X_{t,1},\dots,X_{t,m})'$ با بردار میانگین صفر و ماتریس مشاهدات $T\times m$ بعدی $\mathbf{X}$، به صورت

$$f_t(\mathbf{a})=\sum_{h=0}^{k_1}\mathbf{a}_h'\mathbf{X}_{t-h}\ ,\quad t=k_1+1,\dots,T, \tag{1}$$

در نظر گرفته شده باشد.، به طوری که $k_1>0$ و $k_2>0$ اعداد صحیح نامنفی و $\mathbf{a}'=(\mathbf{a}_0',\dots,\mathbf{a}_{k_1}')$ یک بردار $m(k_1+1)$ بعدی با زیر بردارهای $\mathbf{a}_h'=(a_{h,1},\dots,a_{h,m})\ ,\quad h=0,\dots,k_1$ باشد؛ در این صورت به سری زمانی $f_t(\mathbf{a})$ که بر حسب سری‌های زمانی m مکان به صورت

$$f_t(\mathbf{a})=\sum_{h=0}^{k_1}\sum_{j=1}^{m}a_{h,j}X_{t-h,j}, \tag{2}$$

نوشته می‌شود. اولین مولفه اصلی دینامیکی یکطرفه زمانی - مکانی می‌گویند هرگاه، بردار سری زمانی بازسازی شده m مکان

$$\mathbf{X}_t^{R,1}(\mathbf{a},\mathbf{B})=\sum_{h=0}^{k_2}\mathbf{b}_h f_{t-h}(\mathbf{a}),\qquad t=k_1+k_2+1,\dots,T,$$

میانگین توان دوم خطای سری بازسازی شده یعنی کمیت

$$MSE^{1}(\mathbf{a},\mathbf{B}) = \frac{1}{mT^{*,1}} \sum_{t=(k_1^1+k_2^1)+1}^{T} \| \mathbf{X}_t - \mathbf{X}_t^{R,1}(\mathbf{a},\mathbf{B}) \|_{\mathbf{2}}^{\mathbf{2}},$$

را مینیمم کند، به طوری که $T^{*,1} = T - (k_1^1 + k_2^1)$ باشد.

توجه کنید که با توجه به رابطه (۲)، اولین مولفه اصلی دینامیکی یک ترکیب خطی از k_1^1 تاخیر زمانی از کلیه مکان‌ها است. دومین مولفه اصلی دینامیکی یکطرفه نیز بصورت ترکیب خطی از حال و گذشته سری زمانی تعریف می‌شود به طوری که برای بهینه‌سازی، باقیمانده‌های ساخته شده از اولین مولفه اصلی استفاده می‌گردد و به همین ترتیب مولفه‌های اصلی بعدی بدست می‌آیند. مراحل محاسبه مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه ذکر شده در بالا را می‌توان با الگوریتم بازگشتی زیر آسان‌تر کرد.

ابتدا برای محاسبه مقادیر بهینه بردار $\widehat{\mathbf{a}}$ و ماتریس $\widehat{\mathbf{B}}$ که یک ماتریس $(k_2+1)\times m$ بعدی با سطرهای $\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^m$ است، ابر ماتریس $T^{\star}(k_2+1)\times m(k_1+1)$ بعدی $\mathbf{X}^B = [\mathbf{X}_{k_1+k_2,k_1},\ldots,\mathbf{X}_{k_1,k_1}]^T$ را در نظر بگیرید که در آن $\mathbf{X}_{\ell,k_1} = [\mathbf{X}_\ell, \mathbf{X}_{\ell-1},\ldots,\mathbf{X}_{\ell-k_1}], \quad \ell = k_1,\ldots,(k_1+k_2)$ ماتریس‌های $T^{\star}\times m(k_1+1)$ بعدی با $T^{\star} = T-(k_1+k_2)$، هستند. همچنین ماتریس $T^{\star}\times(k_2+1)$ بعدی $\mathbf{F}_{k_1,k_2}$ به صورت : $\mathbf{F}_{k_1,k_2} = (\mathbf{X}_{k_1+k_2,k_1}\mathbf{a},\ldots,\mathbf{X}_{k_1,k_1}\mathbf{a})$ تعریف می‌شود، که در آن $\mathbf{a}$ یک بردار ستونی $m(k_1+1)$ بعدی است. ماتریس $\mathbf{Y}$ با ضرب کرونکر[1] $\otimes$ به صورت $\mathbf{Y} = (\mathbf{B}'\otimes\mathbf{I}_{T^*})\mathbf{X}^B$ ساخته می‌شود، که در آن $\mathbf{I}_{T^*}$ یک ماتریس همانی $T^{\star}\times T^{\star}$ است. با توجه به روابط ذکر شده، الگوریتم بازگشتی بدین صورت عمل می‌کند که ابتدا برای بردار $\mathbf{f}(\mathbf{a}) = (f_{k_1^0+1}(\mathbf{a}),\cdots,f_T(\mathbf{a}))'$ مقدار اولیه $\mathbf{f}^{(0)}$ در نظر گرفته می‌شود، سپس با کمک بردار $\mathbf{f}^{(0)}$ ماتریس $\mathbf{B}^{(i+1)}$ ، بردار $\mathbf{a}^{(i+1)}$ و $\mathbf{f}^{(i+1)}$ به‌ازای $i = 0,1,2,\ldots$ طبق گام‌های اول تا سوم محاسبه می‌شوند.

گام ۱- با کمک $\mathbf{f}^{(i)}$ ، $\mathbf{B}^{(i+1)}$ از رابطه $\widehat{\mathbf{B}} = (\mathbf{F}'_{k_1,k_2}\mathbf{F}_{k_1,k_2})^{-1}\mathbf{F}'_{k_1,k_2}\mathbf{X}_{k_1+k_2}$ بدست می‌آید. گام ۲- با قرار دادن $\mathbf{B}^{(i+1)} = \widehat{\mathbf{B}}$، $\mathbf{a}_p^{(i+1)}$ از رابطه $\widehat{\mathbf{a}} = (\mathbf{Y}'\mathbf{Y})^{-1}\mathbf{Y}'vec(\mathbf{X}_{k_1+k_2})$ ساخته و سپس نرمال سازی می‌شود، بطوری که $vec(\mathbf{X}_{k_1+k_2})$ برداری است که تمام ستون‌های $\mathbf{X}_{k_1+k_2}$ را شامل شده است.

گام ۳- با جایگذاری $\mathbf{a} = \mathbf{a}^{(i+1)}$ در رابطه (۱)، مولفه اصلی دینامیکی $\mathbf{f}^{(i+1)}$ در زمان t به دست می‌آید.

گام‌های ۱ − ۳ تا زمانی تکرار می‌شوند که نامساوی

$$\frac{MSE^{1}(\mathbf{a}^{(i)},\mathbf{B}^{(i)}) - MSE^{1}(\mathbf{a}^{(i+1)},\mathbf{B}^{(i+1)})}{MSE^{1}(\mathbf{a}^{(i)},\mathbf{B}^{(i)})} \le \delta,$$

[1] Kronecker product

بازای مقادیر کوچک δ برقرار شود.
بنابراین با الگوریتم فوق، می‌توان $\widehat{\mathbf{a}}$ و $\widehat{\mathbf{B}}$ را برای محاسبه اولین مولفه اصلی دینامیکی بدست آورد. با تکرار این الگوریتم، q مولفه اصلی دینامیکی $\widehat{f}_t^{۱}, \ldots, \widehat{f}_t^{q}$ حاصل می‌گردد.

پیش‌بینی سری زمانی- مکانی:

فرض کنید $\{X_{t,j} \;\; ; \; t = ۱, \ldots, T \;, j = ۱, \ldots, m\}$ سری زمانی - مکانی با q مولفه اصلی دینامیکی یکطرفه $\widehat{f}_t^{۱}, \ldots, \widehat{f}_t^{q}$ باشد؛ در این صورت برازش هم زمان سری زمانی - مکانی با q مولفه اصلی دینامیکی یکطرفه به صورت.

$$\widehat{\mathbf{X}}_t^q = \sum_{i=۱}^{q} \sum_{h=۰}^{k_۲^i} \widehat{\mathbf{b}}_h^i \widehat{f}_{t-h}^i \;\; , \qquad k_{max}^q + ۱ \leq t \leq T \;, q = ۱, \ldots, m,$$

است، به طوری که $k_{max}^q = \max\{k_۱^i + k_۲^i \;, i = ۱, \ldots, q\}$ است. علاوه بر این با کمک رابطه بالا می‌توان مقادیر برازش سری‌زمانی مکان $j-$ام، را به صورت

$$X_{t,j}^q = \sum_{i=۱}^{q} \sum_{h=۰}^{k_۲^i} \widehat{b}_{h,j}^i \widehat{f}_{t-h}^i.$$

نتیجه گرفت ، که اگر از همه مولفه‌های اصلی دینامیکی یعنی $q = m$ استفاده شود انتظار می‌رود میانگین مربعات خطا ناچیز شود. اما در عمل از همه مولفه‌های اصلی دینامیکی استفاده نمی‌شود. بنابراین بیان شاخصی که بتوان بر اساس آن تعداد مولفه‌ها را مشخص کرد ضروری است. به نظر می‌رسد بهترین شاخص، سهم هر مولفه در کاهش میانگین مربعات خطا باشد که در ادامه معرفی می‌گردد. همچنین سهم $q-$امین مولفه اصلی دینامیکی یکطرفه در تفسیر تغییرات میانگین توان دوم خطای برازش به صورت

$$Cq = \frac{MSE^{q-۱} - MSE^q}{\sum_{i=۲}^{m}(MSE^{i-۱} - MSE^i)}, \quad q = ۲, \ldots, m, \tag{۳}$$

تعریف می‌شود، که در آن MSE^i میانگین مربعات خطای پیش‌بینی با i مولفه اصلی دینامیکی است. لازم به ذکر است که در بخش نتایج عددی از رابطه (۳) به جهت تعیین سهم مولفه‌های اصلی دینامیکی استفاده شده است.
پیش‌بینی زمان h گام بعدی سری زمانی مکان j -ام، بر حسب T زمان و q مولفه اصلی دینامیکی از رابطه زیر

نتیجه می‌شود.

$$\widehat{X}_{T+h,j|T,q} = \sum_{i=۱}^{q} \sum_{v=۰}^{k_۲^i} \widehat{b}_{v,j}^{i} \widehat{f}_{T+h-v|T}^{i} \ \ , \ j = ۱, \ldots, m \ , q = ۱, \ldots, m.$$

خوشه‌بندی سری‌های زمانی - مکانی با معیار همبستگی متقابل تعمیم‌یافته:

فرض کنید $\{X_{t,j} \ , t = ۱, \ldots, T \ , j = ۱, \ldots, m\}$ سری زمانی - مکانی استاندارد شده باشد. بر اساس توابع خودهمبستگی مکان‌های $i-$ام و $j-$ام در گام h، به صورت $\rho_{ii}(h) = \mathbb{E}(X_{t-h,i}X_{t,i})$ و $\rho_{ij}(h) = \mathbb{E}(X_{t-h,i}X_{t,j}) = \rho_{ji}(-h)$، هستند. می‌توان همبستگی خطی در تاخیر h سری زمانی مکان $i-$ام، $X_{t,i}$ و مکان $j-$ام، $X_{t,j}$ را به صورت ماتریس

$$\boldsymbol{R}(h) = \begin{pmatrix} \rho_{jj}(h) & \rho_{ji}(h) \\ \rho_{ij}(h) & \rho_{ii}(h) \end{pmatrix}.$$

در نظر گرفت. همچنین ابر ماتریس همبستگی بین سری زمانی مکان $i-$ام و مکان $j-$ام با حداکثر k گام به صورت

$$\boldsymbol{R}_{ji,k} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R}(۰) & \boldsymbol{R}(۱) & \ldots & \boldsymbol{R}(k) \\ \boldsymbol{R}(-۱) & \boldsymbol{R}(۰) & \ldots & \boldsymbol{R}(k-۱) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{R}(-k+۱) & \boldsymbol{R}(-k+۲) & \ldots & \boldsymbol{R}(۱) \\ \boldsymbol{R}(-k) & \boldsymbol{R}(-k+۱) & \ldots & \boldsymbol{R}(۰) \end{pmatrix},$$

یا معادل آن

$$\boldsymbol{R}_{ji,k} = \begin{pmatrix} ۱ & \rho_{jj}(۱) & \ldots & \rho_{jj}(k) & \rho_{ij}(۰) & \rho_{ij}(۱) & \ldots & \rho_{ij}(k) \\ \rho_{jj}(۱) & ۱ & \ldots & \rho_{jj}(k-۱) & \rho_{ij}(-۱) & \rho_{ij}(۰) & \ldots & \rho_{ij}(k-۱) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{jj}(k) & \rho_{jj}(k-۱) & \ldots & ۱ & \rho_{ij}(-k) & \rho_{ij}(-k-۱) & \ldots & \rho_{ij}(۰) \\ \rho_{ij}(۰) & \rho_{ij}(-۱) & \ldots & \rho_{ij}(-k) & ۱ & \rho_{ii}(۱) & \ldots & \rho_{ii}(k) \\ \rho_{ij}(۱) & \rho_{ij}(۰) & \ldots & \rho_{ij}(-k+۱) & \rho_{ii}(۱) & ۱ & \ldots & \rho_{ii}(k-۱) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{ij}(k) & \rho_{ij}(k-۱) & \ldots & \rho_{ij}(۰) & \rho_{ii}(k) & \rho_{ii}(k-۱) & \ldots & ۱ \end{pmatrix}.$$

تعریف می‌شود، به طور خلاصه ماتریس $\boldsymbol{R}_{ji,k}$ به صورت

$$\boldsymbol{R}_{ji,k} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{R}_{jj,k} & \boldsymbol{C}'_{ij,k} \\ \boldsymbol{C}_{ij,k} & \boldsymbol{R}_{ii,k} \end{pmatrix},$$

نوشته می‌شود، که در آن $\boldsymbol{R}_{ii,k}$ و $\boldsymbol{R}_{jj,k}$ ماتریس‌های همبستگی تا گام $k-$ام برای دو مکان i و j و $\boldsymbol{C}_{ij,k}$ همبستگی متقابل مکان‌های i و j تا گام $k-$ام هستند.
با توجه به مطالب ذکر شده، معیار همبستگی متقابل تعمیم یافته GCC سری‌های زمانی مکان $i-$ام و $j-$ام، بر اساس ماتریس $\boldsymbol{R}_{ji,k}$ به صورت

$$GCC(X_{t,i}, X_{t,j}) = ۱ - \left(\frac{|\boldsymbol{R}_{ji,k}|}{|\boldsymbol{R}_{ii,k}||\boldsymbol{R}_{jj,k}|}\right)^{۱/(k+۱)}. \tag{۴}$$

تعریف می‌شود (آلونسو و پنا، ۲۰۱۹). همچنین با کمک رابطه $|\boldsymbol{R}_{ji,k}| = |\boldsymbol{R}_{ii,k}||\boldsymbol{R}_{jj,k} - \boldsymbol{C}_{ij,k}\boldsymbol{R}_{ii,k}^{-۱}\boldsymbol{C}_{ij,k}^T|$، می‌توان معیار اندازه GCC را به صورت

$$GCC = ۱ - \frac{|\boldsymbol{R}_{jj,k} - \boldsymbol{C}_{ij,k}\boldsymbol{R}_{ii,k}^{-۱}\boldsymbol{C}_{ij,k}^T|^{۱/(k+۱)}}{|\boldsymbol{R}_{jj,k}|^{۱/(k+۱)}}.$$

نیز بیان کرد. ماتریس عدم مشابهت[1] سری‌های زمانی m مکان، با ماتریس

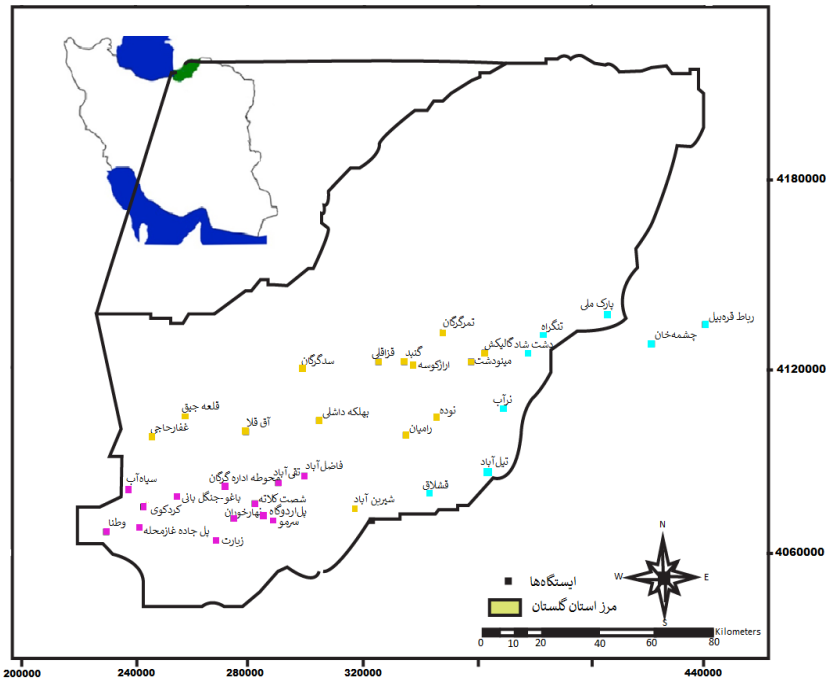
$$\mathbf{DM}_{\widehat{GCC}} = \begin{pmatrix} ۰ & ۱ - \widehat{GCC}(X_{t,۱}, X_{t,۲}) & \dots & ۱ - \widehat{GCC}(X_{t,۱}, X_{t,m}) \\ ۱ - \widehat{GCC}(X_{t,۲}, X_{t,۱}) & ۰ & \dots & ۱ - \widehat{GCC}(X_{t,۲}, X_{t,m}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ ۱ - \widehat{GCC}(X_{t,m}, X_{t,۱}) & ۱ - \widehat{GCC}(X_{t,m}, X_{t,۲}) & \dots & ۰ \end{pmatrix}.$$

محاسبه می‌شود. اگر $\{\widehat{X}_{t,j}^q \ \ , t = k_{max}^q + ۱, \dots, T \ , j = ۱, \dots, m\}$ سری زمانی - مکانی بازسازی شده از q مولفه اصلی دینامیکی باشد آنگاه تمام مراحل فوق را می‌توان برای محاسبه ماتریس عدم مشابهت سری‌های زمانی m مکان بر اساس q مولفه اصلی بدست آورد. خوشه‌بندی بر اساس مقادیر بازسازی شده $\widehat{X}_{t,j}^q$ این امکان را فراهم می‌کند که نقش مولفه‌های اصلی دینامیکی در خوشه‌بندی سری زمانی تعیین گردد. همچنین می‌توان مشاهدات را در فضای مولفه‌های اصلی دینامیکی که فضایی با ابعاد کمتر است ترسیم کرد تا بتوان خوشه‌بندی مکان‌ها را به تصویر کشید.

[1] Dissimilarity

۳ تحلیل زمانی - مکانی بارش استان گلستان

در این بخش به تحلیل سری‌های زمانی - مکانی بارش ثبت شده در ۳۵ ایستگاه استان گلستان بر حسب مولفه‌های اصلی دینامیکی پرداخته می‌شود. استان گلستان در بخش جنوب شرقی دریای خزر قرار دارد و با مساحت ۲۰۴۳۸ کیلومتر مربع، ۱/۳۳ درصد از کل مساحت کشور را به خود اختصاص داده است (شکل ۱). متوسط بارندگی سالیانه در استان گلستان از حدود ۱۵۰ تا ۷۵۰ میلی‌متر متغیر است که ۷۰ درصد آن در فصول غیر زراعی (مهر تا فروردین‌ماه) اتفاق می‌افتد (روشنی و همکاران ، ۱۳۹۹). میانگین دمای روزانه از ۶/۵ درجه سانتی‌گراد در ارتفاعات ۲۰۰۰ متری تا ۱۸/۸ درجه در منطقه گنبد متغیر است (خان‌سالاری و همکاران ، ۱۴۰۱). در این تحقیق از داده‌های بارندگی ایستگاه‌های باران‌سنجی و تبخیرسنجی شرکت آب منطقه‌ای استان گلستان (به‌جز حوزه آبخیز مرزی اترک) و همچنین از دو ایستگاه رباط قره‌بیل و چشمه‌خان که در خارج از تقسیمات سیاسی استان ولی در حوزه آبخیز گرگانرود قرار دارند طی دوره‌ی آماری ۱۳۸۲-۱۳۸۱ الی ۱۳۹۵-۱۳۹۴ و به عبارتی با طول دوره آماری ۱۴ سال، استفاده شده است (جدول ۱). میزان بارش، یکی از شاخص‌های تاثیرگذار بر پارامترهای خشکسالی می‌باشد. در ادامه، به تعریف



شکل ۱. موقعیت جغرافیایی استان گلستان در کشور.

پارامترهای خشکسالی به خصوص شاخص SPI که کاملا بر اساس میزان بارش تعیین می‌گردد؛ پرداخته می‌شود.

جدول ۱. مشخصات ایستگاه‌های هواشناسی منتخب در استان گلستان

شماره ایستگاه	نام ایستگاه	ارتفاع ایستگاه(متر)	مختصات ایستگاه	
			عرض	طول
۱	آق قلا	-۱۲	۴۱۰۰۰۰۳	۲۷۸۱۰۲
۲	ارازکوسه	۴۱	۴۱۲۱۴۱۳	۳۳۶۱۱۱
۳	باغو-جنگل بانی	۲۶	۴۰۷۰۷۰۰	۲۳۴۴۴۰
۴	بهلکه داشلی	۱۶	۴۱۰۳۲۰۲	۳۰۴۱۱۷
۵	پارک ملی گلستان	۴۸۲	۴۱۳۹۹۰۳	۳۹۳۵۶۸
۶	پل اردوگاه	۴۴۴	۴۰۷۳۴۰۷	۲۸۴۳۵۵
۷	پل جاده غاز محله	۶	۴۰۷۵۲۹۵	۲۴۱۸۲۱
۸	تقی‌آباد - گرگان	۱۴۸	۴۰۸۳۴۸۸	۲۸۹۰۶۰
۹	تمر - گرگان	۱۸۳	۴۱۵۰۵۰۴	۳۶۷۵۸۴
۱۰	تنگراه	۴۳۸	۴۱۳۹۴۷۱	۳۹۰۲۸۸
۱۱	تیل آباد	۱۰۰۰	۴۰۸۶۷۲۶	۳۶۳۴۱۷
۱۲	چشمه خان	۱۱۷۴	۴۱۲۸۱۷۴	۴۲۱۷۷۴
۱۳	دشت شاد	۱۵۹۶	۴۱۲۵۹۷۱	۳۹۰۳۶۱
۱۴	رامیان	۲۰۸	۴۰۹۸۷۵۵	۳۳۴۲۴۶
۱۵	رباط قره‌بیل	۱۲۹۵	۴۱۳۴۲۹۵	۴۳۹۹۴۰
۱۶	زیارت	۸۸۵	۴۰۶۵۷۵۰	۲۷۴۹۷۶
۱۷	سدگرگان- وشمگیر	۴	۴۱۱۹۹۵۸	۲۹۹۵۱۰
۱۸	سرمو	۵۰۰	۴۰۷۶۷۵۹	۳۰۵۲۵۷
۱۹	سیاه آب	-۱۲	۴۰۷۹۹۸۵	۲۳۷۱۸۷
۲۰	شصت کلاته	۲۷۶	۴۰۷۴۰۸۰	۲۶۴۸۱۰
۲۱	شیرین آباد	۸۸۲	۴۰۷۳۶۴۴	۳۲۳۲۱۳
۲۲	غفار حاجی	۳۴	۴۰۹۸۴۶۲	۲۴۵۰۵۲
۲۳	فاضل آباد	۲۰۲	۴۰۸۵۴۵۵	۲۹۹۱۰۷
۲۴	قزاقلی	۳۸	۴۱۲۲۳۲۳	۳۲۵۰۰۹
۲۵	قشلاق	۱۰۴۰	۴۰۸۵۱۰۲	۳۵۰۰۲۲
۲۶	قلعه جین	-۲۰	۴۱۱۴۴۷۱	۲۵۰۵۶۲
۲۷	کردکوی	۷۶	۴۰۷۲۷۱۴	۲۴۳۳۵۹
۲۸	گالیکش	۲۱۳	۴۱۲۵۳۴۶	۳۶۱۰۸۶
۲۹	گنبد	۶۴	۴۱۲۳۷۲۷	۳۳۹۷۴۳
۳۰	محوطه اداره گرگان	۴۴	۴۰۸۲۴۶۰	۲۷۰۸۳۰
۳۱	مینودشت	۲۱۰	۴۱۲۰۹۸۳	۳۵۸۲۶۹
۳۲	نهارخوران	۳۳۰	۴۰۷۱۹۸۲	۲۷۳۸۸۶
۳۳	نرآب	۱۴۸۴	۴۰۹۷۴۳۵	۳۷۴۱۷۶
۳۴	نوده-خرمالو	۲۵۵	۴۱۰۴۵۲۰	۳۴۵۷۸۴
۳۵	وطنا	۹۰	۴۰۶۷۵۵۷	۲۳۵۰۲۳

پارامترهای مهم و حیاتی مرتبط با خشکسالی که در طراحی‌ها و برنامه‌ریزی‌های محیطی مورد نیاز هستند شامل تداوم، شدت و بزرگی خشکسالی می‌باشند. تداوم و شدت خشکسالی دو ویژگی اولیه و اساسی خشکسالی می‌باشند که مستقیما به مقادیر پارامتر مورد بررسی، وابسته هستند. بزرگی خشکسالی، پارامتر ثانویه‌ای است که به تداوم و شدت خشکسالی وابسته است؛ بنابراین بدلیل اثر هم زمان پارامترهای تداوم، شدت و بزرگی، تحلیل خشکسالی پیچیده و نیازمند ابزارهای آماری پیشرفته است.

تداوم خشکسالی عبارت است از دوره‌ای که مقدار باران در آن به طور پیوسته، کمتر از حد آستانه تعریف شده باشد. مجموع کسری آب در گام‌های متوالی یک دوره خشکسالی، تحت عنوان شدت خشکسالی خوانده می‌شود.

پدیده خشکسالی باید بر مبنای یک آستانه معین اندازه‌گیری و سنجیده شود. این آستانه بر اساس نوع فعالیت تعیین می‌گردد؛ بنابراین در هنگام طراحی سیستم مدیریت منابع آب جهت مقابله با بحران خشکسالی و کمبود آب، آستانه مورد نظر بر اساس نوع فعالیت توسط طراح و یا مدیر منابع آب تعیین می‌گردد. به‌منظور بررسی خشکسالی از ابعاد و دیدگاه‌های مختلف، شاخص‌های متنوعی ابداع شده است. هدف یک شاخص خشکسالی، تبیین ساده و کمی ویژگی‌های شدت و تداوم دوره‌های خشک است. بنابراین ارائه یك شاخص به صورت یک عدد که از عوامل مختلف محیطی و دوره‌های خشک متأثر است؛ می‌تواند تصویر جامعی از همه این عوامل را فراهم کرده و از آن برای ارزیابی خشکسالی و تصمیم‌گیری درباره آن استفاده کرد.

۳.۱ شاخص بارش استاندارد(SPI)

شاخص بارش استاندارد، از بهترین، جامع‌ترین و درعین حال ساده‌ترین شاخص مورد مطالعه خشکسالی و ترسالی و خصوصیات آن‌ها محسوب می‌شود. محاسبه‌ی شاخص SPI در هر مقیاس زمانی دلخواه (سه‌ماهه، شش‌ماهه و...) مستلزم برازش توزیع احتمالی مناسب، به سری طولانی مدت داده‌های بارندگی در هر ایستگاه است. در حال حاضر شاخص SPI به‌طور گسترده‌ای در امور تحقیقاتی و اجرایی در سراسر جهان جهت پایش خشکسالی استفاده می‌شود. این شاخص به علت استفاده از داده‌های قابل دسترس بارندگی، قابلیت محاسبه برای هر مقیاس زمانی دلخواه و در هر مکانی به عنوان مناسب‌ترین شاخص برای تحلیل خشکسالی به ویژه تحلیل‌های مکانی شناخته می‌شود. مهمترین مزیت شاخص SPI که قابلیت محاسبه در مقیاس‌های زمانی مختلف است، باعث می‌شود این شاخص بتواند اثرات دوره‌های کوتاه مدت ذخایر آب (ازجمله رطوبت خاك که در تولیدات کشاورزی نقش مهمی دارد) و اثرات دوره‌های طولانی مدت منابع آب (ازجمله ذخایر آب زیرزمینی، سطح آب مخازن و جریان رودخانه‌ای) را پایش نماید. کمبود بارش در مقیاس زمانی کوتاه مدت، سبب ایجاد نوسان در رطوبت خاك و دوره‌های طولانی‌تر باعث تغییرات در منابع آب زیرزمینی و سطح آب مخازن می‌شود. در محاسبه شاخص SPI، طول دوره آماری و نوع توزیع فراوانی برازش یافته بر مقادیر داده‌های بارندگی، از اهمیت بسزایی برخورد است. زیرا عدم انتخاب دوره‌های طولانی مدت و همچنین نامناسب بودن توزیع گاما برای داده‌های بارندگی، می‌تواند منجر به برآورد مقادیر نادرستی از شاخص SPI شود. بسیاری از پژوهشگران، توزیع گامای متورم در نقطه صفر[1] را به دلیل وجود مقادیر صفر در بارندگی، پیشنهاد داده‌اند (مک‌کی و همکاران ، ۱۹۹۳). با فرض پیروی مقدار بارندگی از توزیع گامای متورم در صفر، گام بعدی در محاسبه شاخص SPI، انتقال توزیع تجمعی گامای متورم در نقطه صفر به توزیع نرمال استاندارد است. با توجه به مطالب بالا، محاسبه SPI را میتوان در چند گام خلاصه کرد.

گام ۱.: در نظر گرفتن توزیع گامای متورم در نقطه صفر $F(.)$، برای داده‌های بارندگی. فرض کنید $\delta(x)$ و $H(x)$

[1] Zero-inflated gamma

به ترتیب تابع دیراک دلتا [1] و تابع پله‌ای هویساید[2] باشند، در آن صورت خواهیم داشت:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = ۱ \quad , H(x) = \int_{-\infty}^{x} \delta(y)dy.$$

توابع چگالی و توزیع گامای متورم در صفر، بر اساس توابع دیراک دلتا و پله‌ای هویساید به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} f(x) &= p\delta(x) + (۱-p)g(x;\alpha,\beta), \\ F(x) &= pH(x) + (۱-p)G(x;\alpha,\beta). \end{aligned}$$

گام ۲.: براورد ماکسیمم درستنمایی[3] پارامترهای α، β و p در توزیع گامای متورم در صفر . لگاریتم تابع درستنمایی توزیع گامای متورم در صفر را می‌توان به صورت

$$\begin{aligned} \ell(p,\alpha,\beta;\boldsymbol{x}) &= \sum_{i=۱}^{n} \log\big(p\delta(x_i) + (۱-p)g(x_i;\alpha,\beta)\big) \\ &= \sum_{i:x_i=۰} \log p + \sum_{i:x_i\neq ۰} \log(۱-p) + \sum_{i:x_i\neq ۰} \log\big(g(x_i;\alpha,\beta)\big) \\ &= n_۰ \log p + (n-n_۰)\log(۱-p) + \sum_{i:x_i\neq ۰} \log\big(g(x_i;\alpha,\beta)\big), \end{aligned}$$

نوشت، به طوری که $n_۰$ تعداد مشاهدات صفر است. با توجه به مشتقات تابع درستنمایی

$$\begin{aligned} \frac{d}{dp}\ell(p,\alpha,\beta;\boldsymbol{x}) &= \frac{n_۰(۱-p) - p(n-n_۰)}{p(۱-p)} = ۰ \\ \frac{d}{d\alpha}\ell(p,\alpha,\beta;\boldsymbol{x}) &= \frac{d}{d\alpha}\sum_{i:x_i\neq ۰} \log\big(g(x_i;\alpha,\beta)\big) = ۰ \\ \frac{d}{d\beta}\ell(p,\alpha,\beta;\boldsymbol{x}) &= \frac{d}{d\beta}\sum_{i:x_i\neq ۰} \log\big(g(x_i;\alpha,\beta)\big) = ۰ \end{aligned}$$

براوردگرهای درستنمایی پارامتر α و β همان براوردگرهای درستنمایی توزیع گاما بر حسب مقادیر غیر صفر هستند؛ همچنین $\hat{p} = \dfrac{n_۰}{n}$ است.

گام ۳.: تبدیل توزیع داده‌های بارندگی به توزیع نرمال استاندارد با تبدیل $Z = \Phi^{-۱}(F(X))$. با براورد پارامترهای

[1] Dirac delta function
[2] Heaviside step function
[3] Maximum liklihood

تابع توزیع $F(x)$ درگام دوم، توزیع تجمعی مقادیر بارندگی بدست آمده، سپس با تبدیل $z = \Phi^{-1}(F(x))$، شاخص SPI که همان مقادیر z است، نتیجه می‌شود. جدول ۲ شاخص SPI را در ۷ طبقه ترسالی بسیار شدید تا خشکسالی بسیار شدید نشان می‌دهد (ادوارد و ملکی ، ۱۹۹۷).

جدول ۲. طبقات مختلف خشکسالی بر حسب شاخص SPI

طبقه خشکسالی	مقادیر خشکسالی
ترسالی بسیار شدید	> ۲
ترسالی شدید	۱/۵ −۱/۹۹
ترسالی متوسط	۱ −۱/۴۹
نرمال	۰/۹۹ −۰/۹۹ تا
خشکسالی متوسط	۱ − تا ۱/۴۹ −
خشکسالی شدید	۱/۵ − تا ۱/۹۹ −
خشکسالی بسیار شدید	< -۲

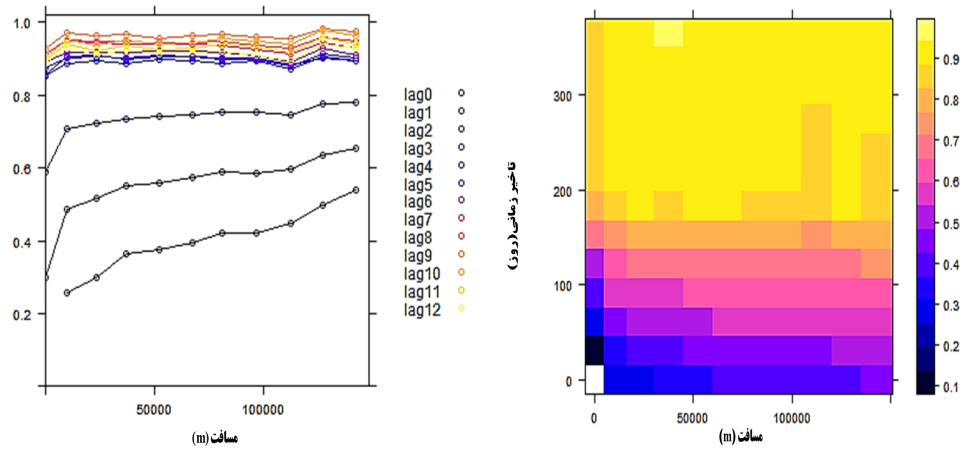
همچنین برای محاسبه این شاخص می‌توان از بسته $SPEI$ در محیط نرم‌افزار R استفاده کرد؛ با استفاده از این بسته، داده‌های بارندگی ماهانه به شاخص SPI در مقیاس‌های زمانی ۱، ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه تبدیل می‌شود، که مقیاس‌های زمانی ۱،۳،۶ و ۹ ماهه خشکسالی‌های کوتاه مدت و با شدت بیشتر را نشان می‌دهند و در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه از تاثیر شدت خشکسالی کاسته شده و بر تداوم آن افزوده می‌شود به طوری که در مقیاس‌های ۲۴ و ۴۸ ماهه بیشترین تداوم و کمترین شدت مشاهده می‌گردد. در ادامه بحث تحلیل سری زمانی - مکانی بارش بر اساس مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه انجام شده، سپس بر اساس مقادیر پیش‌بینی شاخص SPI ارزیابی مولفه‌های اصلی دینامیکی بر اساس این شاخص صورت می‌گیرد.

۳.۲ مطالعه توصیفی

بدلیل وجود دوره تناوب ۱۲ ماهه در داده‌های بارندگی ایستگاه‌ها، ابتدا داده‌های بارندگی با عملگر تفاضل‌گیری تبدیل یافتند. سپس نقشه تغییرنگار زمانی - مکانی و کانتورهای آن به‌ازای تاخیرهای زمان برای داده‌های تبدیل یافته در شکل ۲ رسم شده‌اند، که بر اساس آنها می‌توان ارتباط مکانی ایستگاه‌ها را به خصوص در تاخیرهای زمانی کمتر مشاهده کرد.

۳.۳ تعیین مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه

ابتدا ۳۵ مولفه اصلی دینامیکی سری زمانی - مکانی با کمك الگوریتم بازگشتی بخش ۲ حاصل گردید؛ سپس بر اساس مقادیر MSE و روند کاهشی این مقادیر، سه مولفه اصلی انتخاب شد. با استفاده از رابطه (۳)، سهم هر سه مولفه تعیین گردید (جدول ۳). با توجه به جدول، سه مولفه در مجموع ۵۱ درصد از کل تغییرات میانگین مربعات خطا را تفسیر می‌کنند. در شکل ۳-ب ، سری‌های زمانی دو مولفه اصلی دینامیکی اول که سهم بیشتری در تفسیر تغییرات



(ب) (الف)

شکل ۲. الف–نقشه، ب– کانتورها تغییرنگار زمانی – مکانی داده‌های بارندگی .

جدول ۳. سهم مولفه‌های اصلی دینامیکی

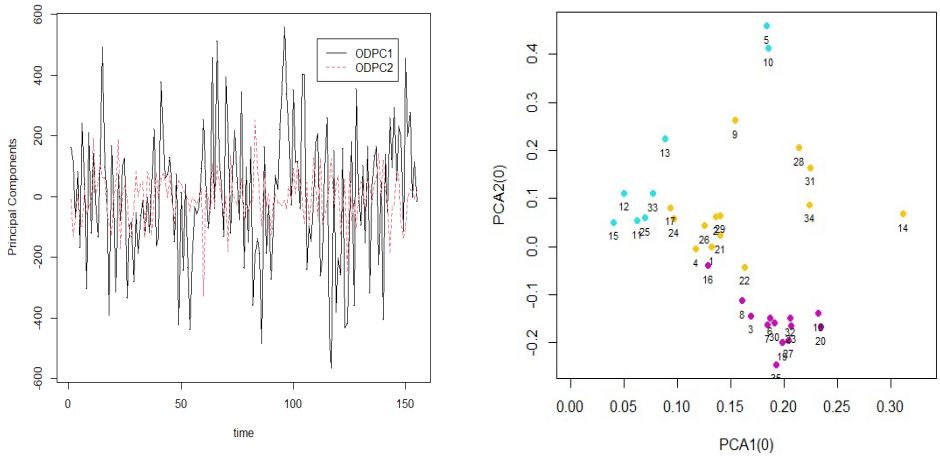
مولفه اصلی دینامیکی	سهم (درصد)	سهم تجمعی (درصد)
اول	۳۰	۳۰
دوم	۱۲	۴۲
سوم	۹	۵۱

داشته‌اند ترسیم شده؛ همچنین برای نشان دادن این ادعا که مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه حاوی اطلاعات مکانی هستند، تصویر داده‌های بارندگی ایستگاه‌ها در فضای دو مولفه اصلی شکل ۳–الف رسم شده است. با توجه به شکل، نقاط آبی‌رنگ ایستگاه‌هایی را نشان می‌دهد که نقش مولفه اصلی دوم نسبت به مولفه اول در آن‌ها بیشتر است، نقاط بنفش‌رنگ نمایانگر ایستگاه‌هایی هستند که نقش مولفه اصلی اول نسبت به مولفه اصلی دوم تاثیرگذارتر است و همچنین نقاط زردرنگ، ایستگاه‌هایی را شامل می‌شود که نقش هر دو مولفه اصلی تقریبا یکسان است.

۳.۴ خوشه‌بندی با معیار فاصله همبستگی تعمیم یافته

بر اساس سری‌های زمانی بارش و معیار همبستگی متقابل، ۳۵ ایستگاه باران‌سنجی به صورت سلسه‌مراتبی خوشه‌بندی گردید. شکل ۴، درختواره‌نگار [1] این خوشه‌بندی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل می‌توان ایستگاه‌ها را به سه دسته تقسیم کرد (جدول ۴). در گام بعد، برای ارزیابی مولفه‌های اصلی دینامیکی، ایستگاه‌ها بر اساس مقادیر بازسازی شده داده‌های بارندگی با ۳ مولفه دینامیکی یعنی $\{\widehat{X}^{۳}_{t,j}\ , j = ۱, \cdots , ۳۵\}$، به صورت سلسله‌مراتبی خوشه‌بندی

[1] Dendrogram



(ب) (الف)

شکل ۳. الف– مختصات ایستگاه‌ها ، ب– سری زمانی اولین و دومین مولفه اصلی دینامیکی.

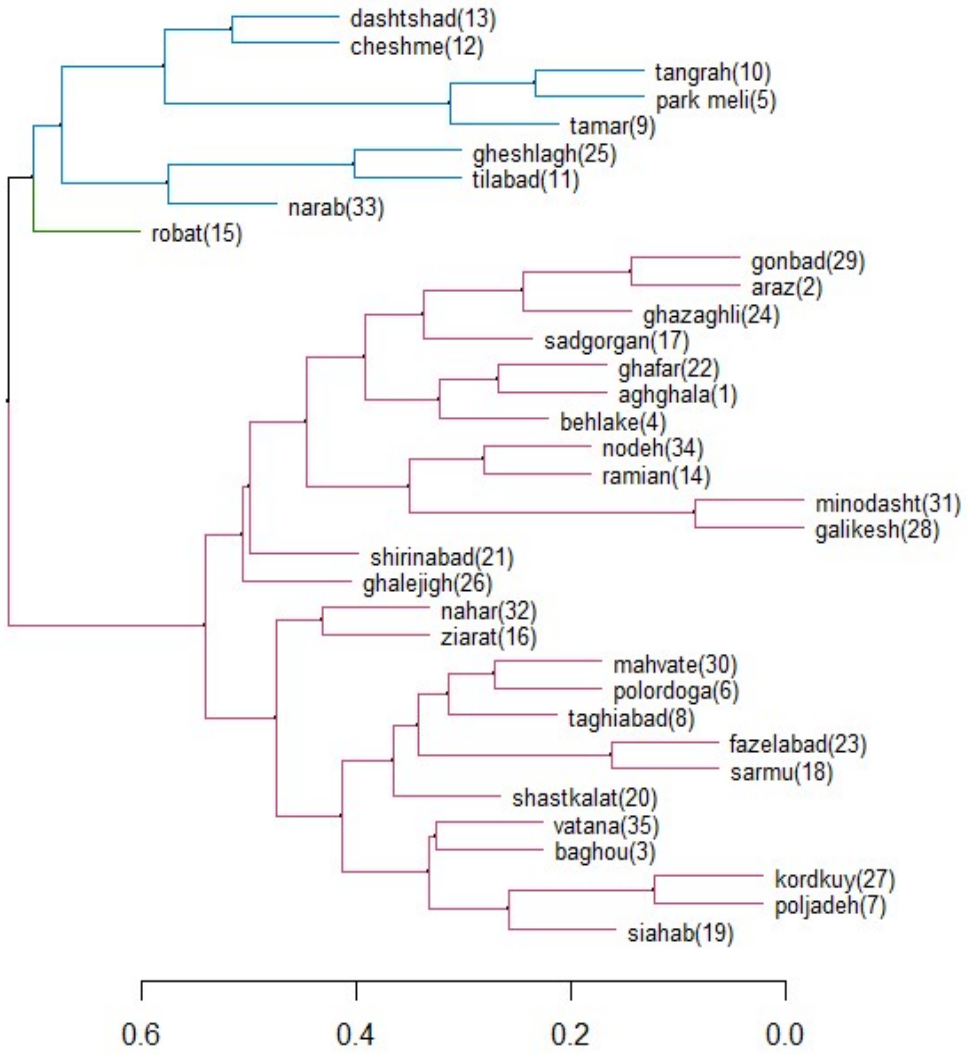
شدند. شکل ۵، درختواره‌نگار ایستگاه‌ها را بر اساس داده‌های بازسازی شده بارندگی نشان می‌دهد. با مقایسه دو درختواره‌نگار می‌توان نتیجه گرفت که مولفه‌های اصلی دینامیکی به خوبی اطلاعات زمانی - مکانی مقادیر بارش را در خوشه‌بندی انعکاس داده‌اند.

جدول ۴. متوسط بارندگی ماهانه ایستگاه‌ها، به تفکیک خوشه

میانگین بارندگی ماهانه	تعداد ایستگاه	شماره خوشه
۳۸٫۸	۹	۱
۴۸٫۷	۱۳	۲
۵۷٫۹	۱۳	۳

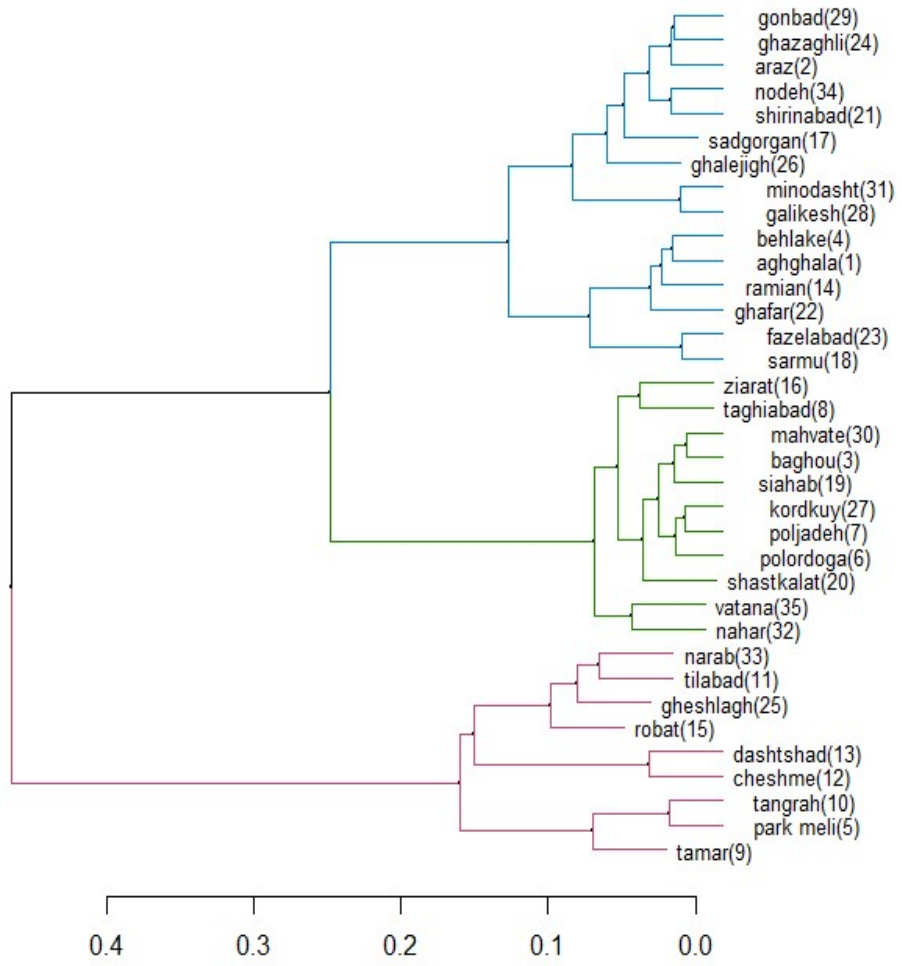
۳.۵ پیش‌بینی سری‌های زمانی - مکانی

در این قسمت کارایی مولفه‌های اصلی دینامیکی در پیش‌بینی سری‌های زمانی - مکانی بارندگی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بدین منظور، دقت پیش‌بینی بر اساس مولفه‌های اصلی دینامیکی با مدل $STARMA$ مقایسه می‌گردد. شکل ۶ نمودار خودهمبستگی مکانی را در تاخیرهای مکانی ۰ و ۱، برای داده‌های بارندگی تبدیل‌یافته با تفاضل‌گیری فصلی ۱۲ ماهه نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار مشخص می‌گردد که تاخیرهای زمانی ۱۲ ماهه و تاخیرهای اولیه زمانی نقش بیشتری در سری‌های زمانی بارش ایستگاه‌ها داشته‌اند. با بررسی انجام شده بر اساس معیار AIC در کلاس $STARMA$ با مقادیر وزنی نزدیکترین همسایه تا مرتبه چهارم، بهترین مدل



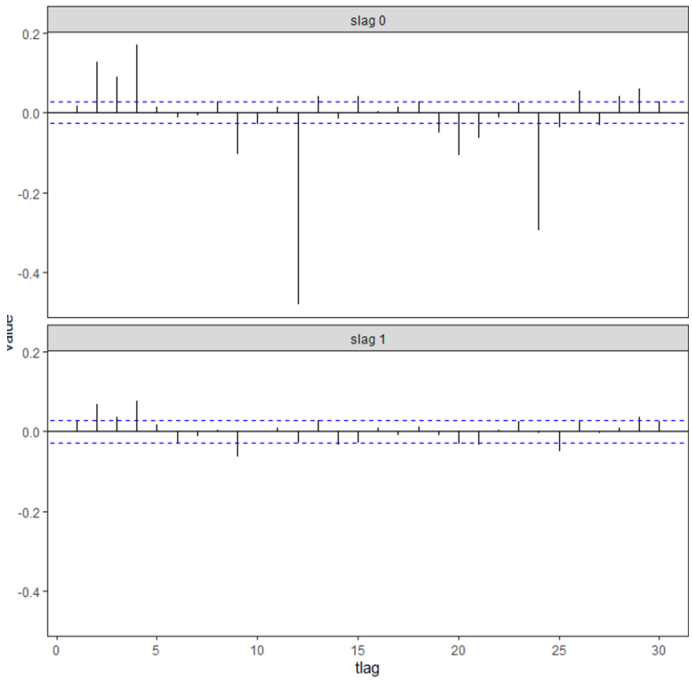
شکل ۴. درختواره‌نگار ایستگاه‌ها بر اساس ماتریس عدم مشابهت $\mathbf{DM}_{\widehat{GCC}}$ حاصل از تفاضل داده‌های بارندگی.

$STARMA(۴,۰,۰) \times (۰,۰,۲)_{۱۲}$ با مقادیر وزنی مکانی مرتبه اول همسایگی انتخاب شد و بر اساس آن پیش‌بینی مقادیر برای تمام ایستگاه‌ها تا ۱۲ ماه انجام گرفت. از طرف دیگر، بر اساس مقادیر بازسازی‌شده بر اساس ۳ مولفه اول دینامیکی اقدام به پیش‌بینی برای ۱۲ ماه گردید. با توجه به مقادیر واقعی، مقدار میانگین مربعات خطای پیش‌بینی برای دو مدل محاسبه شد (جدول ۵). با توجه به مقادیر جدول، دقت پیش‌بینی بر اساس ۳ مولفه اصلی که



شکل ۵. درختواره‌نگار ایستگاه‌ها بر اساس ماتریس عدم مشابهت $\mathbf{DM}_{\widehat{GCC}}$ حاصل از مقادیر برازش شده به تفاضل داده‌های بارندگی.

تنها ۵۱ درصد از تغییرات را تفسیر می‌کنند، از مدل $STARMA$ بیشتر است. همچنین بر اساس مقادیر پیش‌بینی هر دو روش، مقادیر ماهانه شاخص SPI برای تمام ایستگاه‌ها محاسبه گردید. با توجه به مقادیر پیش‌بینی، جدول ۶، نرخ صحیح پیش‌بینی خشکسالی یا ترسالی در ایستگاه‌های باران‌سنجی را به تفکیک هر ماه نشان می‌دهد. نتایج جدول بیانگر این است که در اکثر ماه‌ها نرخ صحیح پیش‌بینی بر اساس روش مولفه‌های اصلی دینامیکی بیش از ۷۰ درصد بوده که با استفاده از ۳ مولفه اصلی این دقت قابل ملاحظه است؛ در مقابل، نرخ صحیح پیش‌بینی در مدل $STARMA$ در اکثر ماه‌ها از ۷۰ درصد کمتر است.



شکل ۶. نمودار خود همبستگی جزیی زمانی – مکانی.

جدول ۵. مقایسه میانگین توان دوم خطا

مدل	میانگین توان دوم خطا
$ODPC(۳)$	۴۲۳
$STARMA$	۱۴۲۲

جدول ۶. درصد ایستگاه‌ها با نرخ صحیح پیش‌بینی طبقه خشکسالی (بر حسب ماه)

مدل	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور
سه مولفه اصلی دینامیکی	۸۰	۵۷	۶۰	۷۱	۱۰۰	۹۷	۷۴	۶۳	۵۴	۷۷	۸۰	۸۳
STARMA	۷۴	۴۳	۵۹	۴۷	۸۵	۷۹	۶۳	۴۷	۴۳	۴۰	۴۹	۵۳

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، مولفه‌های اصلی دینامیکی یکطرفه بر حسب ترکیبات خطی از تاخیرهای زمان و مکان، برای سری‌های زمانی – مکانی معرفی گردید. همچنین، علاوه بر یک الگوریتم بازگشتی برای تعیین مولفه‌های اصلی، شاخصی برای تعیین سهم هر مولفه در تفسیر تغییرات میانگین مربعات خطا ارائه گردید. از طرف دیگر با کمک این مولفه‌های

اصلی، پیش‌بینی برای سری‌های زمانی - مکانی، و با استفاده از همبستگی متقابل تعمیم یافته، خوشه‌بندی برای سری‌های زمانی- مکانی بازسازی شده، انجام گرفت. استفاده از روش ارائه شده در این مقاله بر داده‌های بارندگی ۳۵ ایستگاه استان گلستان نشان داد که مولفه‌های اصلی دینامیکی عملکرد مناسبی در پیش‌بینی و خوشه‌بندی این سری‌های زمانی - مکانی داشته است. خوشه‌بندی بر اساس سری‌های زمانی - مکانی بازسازی شده توسط سه مولفه اصلی که تنها ۵۱ درصد در تفسیر تغییرات نقش داشتند، نتایج کاملا مشابهی با خوشه‌بندی بر اساس داده‌های بارندگی داشت. همچنین تصویر داده‌ها بر فضای دو مولفه اصلی اول دینامیکی به خوبی خوشه‌بندی ایستگاه‌ها را به نمایش گذاشت. لازم به ذکر است که با توجه به جدول ۴ و مطالعات باران‌سنجی در استان گلستان، خوشه‌بندی صورت گرفته کاملا با واقعیت موجود در استان گلستان همخوانی دارد که در ادامه به توضیح تکمیلی در مورد آن پرداخته می‌شود.

برای ارزیابی کارایی مولفه‌های اصلی در پیش‌بینی، تنها از سه مولفه اصلی دینامیکی استفاده گردید. همچنین برای مقایسه دقت روش، بهترین مدل زمانی - مکانی $STARMA$ به داده‌های بارش برازش داده شد. هر چند که نمودارخودهمبستگی جزئی زمانی - مکانی ساختار فضایی سری‌های زمانی بارش استان گلستان را تایید کرد، با این حال با توجه به جدول ۶، پیش‌بینی بر اساس مولفه‌های اصلی دینامیکی عملکرد مناسبتری نسبت به مدل $STARMA$ در پیش‌بینی شاخص SPI داشت. این واقعیت نشان میدهد که مولفه‌های اصلی دینامیکی علاوه بر ساختار فضایی، همبستگی متقابل بین ایستگاه‌ها را در پیش‌بینی دخالت می‌دهد که باعث افزایش دقت می‌گردد. به نظر می‌رسد روش مولفه اصلی دینامیکی یکطرفه ابزار مناسبی برای محققین رشته‌های مختلف که از سری‌های زمانی - مکانی استفاده می‌کنند، باشد؛ همچنین ساختار خطی آن سبب می‌شود محققین رشته‌های کاربردی تفسیر خوبی از آن داشته باشند.

موضوع خشکسالی یکی از موضوعات چالش برانگیز در جهان و ایران می‌باشد و بایست به صورت دینامیکی رصد شود و مطالعاتی از این دست می‌تواند راهگشای محققین و سیاستگذاران در این حوزه باشد. تنوع آب و هوایی در ایران سبب شده مطالعاتی از این دست اهمیت زیادی پیدا کند. به عنوان مثال، استان گلستان با وجود وسعت نسبتا کم، دارای تغییرات رطوبتی بسیار زیاد است. با توجه به وجود دریا در غرب و کوهستان در جنوب استان، هرچه از غرب به شرق و از جنوب به شمال می‌رویم بر میزان دما افزوده و از میزان بارش کاسته می‌شود. با توجه به شکل ۱ ایستگاه‌های کم‌بارش خوشه اول در شرق استان قرار گرفته است ایستگاه‌های خوشه دوم با میزان بارش متوسط، در قسمت مرکزی استان قرار دارد و ایستگاه‌های پربارش استان در قسمت جنوب استان واقع شده‌اند. میزان بارندگی در نواحی شمال استان حدود ۲۰۰ میلی‌متر و در نواحی جنوب و جنوب غربی استان حدود ۷۰۰ میلی‌متر است. از نظر جغرافیایی نمی‌توان محل شروع خشکسالی و گسترش آن را در استان مشخص نمود. همچنین بر اساس شاخص SPI تقریبا هیچ منطقه‌ای از استان از بروز خشکسالی در امان نبوده است، به نحوی که در مناطق مرطوب استان، به دفعات خشکسالی مشاهده شده است. شدت و فراوانی خشکسالی در مناطق شمالی استان از مناطق مرکزی و جنوبی بیشتر است. دامنه نوسانات خشکسالی در شمال استان که در وضعیت آب و هوای خشک و نیمه‌خشک قرار دارد نسبت به مناطق جنوب و جنوب غربی بیشتر است. این مناطق دارای پتانسیل حساسیت به خشکسالی می‌باشند. بنابراین به منظور مدیریت خشکسالی در استان گلستان این مناطق باید مورد ارزیابی دائمی قرار گیرد تا

بتوان منابع آب را با دقت بیشتری مورد استفاده قرار داد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از نظرات مفید و ارزنده داوران، سر دبیر و ویراستار محترم مجله که منجر به ارتقاء کیفی و ارائه بهتر مقاله شد کمال تشکر را دارند.

مراجع

حسنعلیزاده، ن.، مساعدی، ا.، ظهیری، ع. و حسینعلی‌زاده، م. (۱۳۹۴)، مدل‌سازی توام تغییرات زمانی- مکانی بارش ماهانه (مطالعه موردی: بخشی از استان گلستان)، نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک، ۲۲(۱) ، ۲۶۹-۲۵۱.

خان سالاری، س.، کردجزی، م.، مجیدی، ع.، ملا عرازی، ع.، رنجبر سعادت آبادی، ع. (۱۴۰۱)، جستجوی نواحی مستعد نصب سلول‌های خورشیدی در استان گلستان با استفاده از داده‌های دیده‌بانی، GEOS-۵ و ERA۵، مجله ژئوفیزیک ایران، ۱۷(۱)، ۱۸۴-۱۶۳.

رضیئی، ط.، دانش کار، آ.، اختری، پ. و ثقفیان، ر.پ. (۱۳۸۶)، بررسی خشکسالی هواشناسی (اقلیمی) در استان سیستان و بلوچستان با استفاده از شاخص SPI و مدل زنجیره‌ی مارکوف، مجله تحقیقاتی منابع آب ایران، ۳(۱)، ۳۵-۲۵.

روشنی، ح.، مصطفی زاده، ر.، اسمعلی عوری، ا.، ذبیحی، م. (۱۳۹۹)، تغییرات مکانی و زمانی الگوی وقوع بارش با استفاده از شاخص‌های PCI و SI در استان گلستان، نشریه تحلیل فضایی مخاطرات ایران، ۷(۴)، ۲۰۴-۱۸۷.

فغانی، م. (۱۳۹۴)، تحلیل‌های زمانی و مکانی خشکسالی هواشناسی، استاد راهنما خلیل قربانی و میثم سالاری جزی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان.

Alonso, A. M., and Peña, D. (2019), Clustering Time Series by Linear Dependency, *Statistics and Computing*, **29**(4), 655-676.

Ansari, M. Y., Ahmad, A., Khan, S. S., Bhushan, G., & Mainuddin. (2020), Spatiotemporal Clustering: A Review, *Artificial Intelligence Review*, **53**, 2381-2423.

Aravena, J. C., & Luckman, B. H. (2009), Spatio-Temporal Rainfall Patterns in Southern South America, *International Journal of Climatology: A Journal of the Royal Meteorological Society*, **29**(14), 2106-2120.

Bordi, I., Fraedrich, K., Jiang, J. M., & Sutera, A. (2004), Spatio-Temporal Variability of Dry and Wet Periods in Eastern China, *Theoretical and Applied Climatology*, **79**, 81-91.

Box, G. (2013), Box and Jenkins: Time Series Analysis, Forecasting and Control, *In A Very British Affair: Six Britons and the Development of Time Series Analysis During the 20th Century* (pp. 161-215), London: Palgrave Macmillan UK.

Box, G. E. and Tiao, G. C. (1977), A Canonical Analysis of Multiple Time Series, *Biometrika*, **64(2)**, 355-365.

Brillinger, David R. (1981), *Time Series: Data Analysis and Theory*, Vol. **36**, Siam.

Dabanlı, İ., Mishra, A. K., & Şen, Z. (2017), Long-Term Spatio-Temporal Drought Variability in Turkey, *Journal of Hydrology*, **552**, 779-792.

Dette, H., & Quanz, P. (2023), Detecting Relevant Changes in the Spatiotemporal Mean Function, *Journal of Time Series Analysis*.

Edwards D.C., and McKee T.B. (1997), Characteristics of 20th Century Drought in the United States at Multiple Time Scales, *Climatology Report*, Number 97–2, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.

Gao, Z., and Tsay, R. S. (2019), A Structural-Factor Approach to Modeling High-Dimensional Time Series and Space-Time Data, *Journal of Time Series Analysis*, **40**(3), 343-362.

Hengl, T., Heuvelink, G. B., Perčec Tadić, M., and Pebesma, E. J. (2012), Spatio-Temporal Prediction of Daily Temperatures Using Time Series of MODIS LST Images. *Theoretical and Applied Climatology*, **107**, 265-277.

Kampragou, E., Apostolaki, S., Manoli, E., Froebrich, J., and Assimacopoulos, D. (2011), Towards the Harmonization of Water-Related Policies for Managing Drought Risks Across the EU, *Environmental Science and Policy*, **14**(7), 815-824.

Krzyśko, M., Nijkamp, P., Ratajczak, W., & Wołyński, W. (2022), Multidimensional Economic Indicators and Multivariate Functional Principal Component Analysis (MFPCA) in a Comparative Study of Countries' Competitiveness. *Journal of Geographical Systems*, 1-17.

Krzyśko, M., Nijkamp, P., Ratajczak, W., Wołyński, W., Wojtyła, A., and Wenerska, B. (2023), A Novel Spatio-Temporal Principal Component Analysis Based on Geary's Contiguity Ratio. *Computers, Environment and Urban Systems*, **103**, 101980.

Lesage, J. P. and Krivelyova, A. (1999), A Spatial Prior for Bayesian Vector Autoregressive Models, *Journal of Regional Science*, **39**, 297-317.

McKee, T. B., Doesken, N. J. and Kleist, J. (1993), The Relationship of Drought Frequency and Duration to Time Scales, *In Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*, **17**(22), 179-183.

Mishra, A. K. and Singh, V. P. (2010), A Review of Drought Concepts, *Journal of Hydrology*, **391**(1-2), 202-216.

Peña, D., Smucler, E. and Yohai, V. J. (2019), Forecasting Multiple Time Series with One-Sided Dynamic Principal Components, *Journal of the American Statistical Association*, 1-27.

Pfeifer, P.E. and Deutsch,S.J. (1980), Space-Time ARMA Modeling with Contemporaneously Correlated Innovations, *Technometrics*, **23**(4), 401- 409.

Wikle, C. K., and Holan, S. H. (2011), Polynomial Nonlinear Spatio-Temporal Integro-Difference Equation Models, *Journal of Time Series Analysis*, **32**(4), 339-350.