مجله علوم آماری، پاییز و زمستان ۱۳۹۵
جلد ۱۰، شماره ۲، ص ۲۰۳-۲۲۰
DOI: 10.18869/acadpub.jss.10.2.203

بهبود روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای در مدل‌های رگرسیونی با متغیر درون‌زا

امید اخگری، موسی گل‌علی‌زاده
گروه آمار، دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۸/۶ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۹۵/۱/۲۸

چکیده : حضور متغیرهای درون‌زا در مدل‌های آماری ناسازگاری و اریبی برآوردگرهای پارامترهای مدل را به دنبال دارد. روش‌های متعدد ارائه شده در این حالت، مشکل ناسازگاری و اریبی را تنها برای حالت بزرگ نمونه‌ای حل کرده‌اند. یک روش مبتنی بر استفاده از متغیر ابزاری است که باعث حذف درون‌زایی متغیر مورد منافشه می‌شود. روشی دیگر برای برآورد پارامتر مدل‌های رگرسیون درون‌زا، روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای است که دقیق‌تر از روش کمترین توان‌های دوم معمولی است. اما براوردگر حاصل از این روش نیز تنها در حالت بزرگ نمونه‌ای ناریب و سازگار است. مقاله حاضر روش‌های نوینی برای رفع این نقص‌ها ارائه می‌کند و برای افزایش دقت برآورد در مدل موردنظر، سه روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای تکراری، دو مرحله‌ای جک‌نایف و دو مرحله‌ای کالیبده را در حالت اندازه نمونه متناهی پیشنهاد می‌دهد. برای ارزیابی عملکرد روش‌های ارائه شده مطالعه شبیه‌سازی انجام شد. با استفاده از داده‌های هزینه و درآمد ایران در سال ۱۳۹۰، نحوه عملکرد برآوردهای پیشنهادی مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

آدرس الکترونیک مسئول مقاله: موسی گل‌علی‌زاده، golalizadeh@modares.ac.ir
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): ۶۲J۹۹، ۹۳E۲۴

واژه‌های کلیدی : مدل‌های رگرسیونی، متغیرهای درون‌زاو برون‌زا، تصحیح اریبی، روش‌های کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای، متغیرهای ابزاری.

۱ مقدمه

در علوم کاربردی معمولا از مدل‌های رگرسیونی به منظور بررسی روابط بین متغیرها استفاده می‌شود. مدل‌های رگرسیونی شامل مفروضاتی است که عبارتند از: نرمال بودن خطا، ثابت بودن واریانس، ناهمبسته بودن خطاها و همچنین ناهمبسته بودن متغیرهای تبیینی و خطای مدل. موارد بی‌شماری از مسائل کاربردی واقعی وجود دارد که برخی از این مفروضات برقرار نیست. در این حالات، استفاده از مدل رگرسیونی با خطای بالا و دقت پایین همراه خواهد بود (کلولند، ۱۹۷۹). یکی از مفروضات چالش‌برانگیزی که ممکن است در مطالعه برخی از مسائل واقعی برقرار نباشد ناهمبستگی متغیرهای تبیینی و خطای مدل است. در این حالت به چنین متغیرهای تبیینی‌ای که با خطای مدل همبسته‌اند، متغیر درون‌زا می‌گویند (بودن و تورکینگتون، ۱۹۸۴؛ ابس، ۲۰۰۴). عموما، درون‌زایی زمانی رخ می‌دهد که متغیر کمکی غیرقابل مشاهده روی متغیر پاسخ تاثیر بگذارد و همچنین با متغیرهای کمکی قابل مشاهده در مدل، همبسته باشد. در این صورت، متغیرهای کمکی غیر قابل مشاهده، جزئی از مولفه خطای مدل هستند که با متغیرهای کمکی مدل همبسته‌اند و این امر خود سبب ناسازگاری برآوردگرهای استاندارد پارامترهای مدل می‌شود (کیویت، ۱۹۹۵). به‌طور کلی، درون‌زایی می‌تواند نتیجه رخداد یکی از حالات زیر باشد:

الف) خطاهای اندازه‌گیری

ب) خطاهای آتورگرسیو

ج) خطاهای خود همبسته

د) عدم استفاده از مدل‌های همزمانی

و) متغیرهای دیده نشده[۱]

---

[۱] Omitted variable

وولدریج (۲۰۰۲) نشان داد که چهار حالت اول می‌توانند به‌عنوان یک حالت خاص از حالت **و** درنظر گرفته شوند. پیرل (۲۰۰۰) اعتقاد دارد، یک حلقه از رابطه علت و معلولی بین متغیرهای پاسخ و مستقل، مدل منجر به درون‌زایی می‌شود. در مسائل مربوط به اقتصادسنجی و به‌ویژه اقتصاد خرد این امکان وجود دارد که برآورد ناسازگار پارامترها به علت وجود متغیر درون‌زا باشد. بنابراین برآوردهای رگرسیونی به جای اینکه مقدار و جهت علیت را اندازه بگیرند تنها مقداری از ارتباط بین متغیرها را اندازه می‌گیرند. درون‌زا بودن متغیرهای تبیینی باعث اریبی و ناسازگاری برآوردگرهای حاصل از روش برآورد کمترین توان‌های دوم معمولی[۲] (OLS) می‌شود. برای به‌دست آوردن برآوردی نااریب و سازگار روش‌هایی پیشنهاد شد که از آن جمله می‌توان به رگرسیون متغیر ابزاری[۳] (IV) و انتخاب تصحیح هکمن اشاره کرد (دیویدسون و مک‌کینون، ۱۹۹۳؛ هکمن، ۱۹۷۹). لازم به ذکر است که رگرسیون مبتنی بر IV عمومیت بیشتری در مقایسه با روش‌های دیگر دارد. روشی دیگر که توسط ایمبنس و آنگریس (۱۹۹۴) پیشنهاد شد، استفاده از برآوردگر پارامترهای متغیرهای ابزاری و جایگزین نمودن آن‌ها به منظور پیشگویی متغیر درون‌زا و در نهایت محاسبه برآوردگر سازگار پارامترهای مدل اصلی است. اگرچه این روش از اقبال عمومی بالایی برخوردار است، اما معضلات مربوط به انتخاب نوع و تعداد متغیر، نیازمند توجه ویژه‌ای است که رود (۲۰۰۰) به بررسی آنان پرداخته است.

متغیرهای ابزاری رفتاری مشابه متغیرهای تبیینی دارند با این تفاوت که با خطای مدل ناهمبسته‌اند (ابس و همکاران، ۲۰۰۵). زمانی که متغیرهای ابزاری مورد استفاده قرار می‌گیرند، برآوردگر حاصل از روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای[۴] (2SLS) (اندرسون و روبین، ۱۹۴۹) یا ماکسیمم درستنمایی اطلاعات محدود[۵] (LIML) می‌توانند برای برآورد پارامترهای مدل رگرسیونی در نظر گرفته شوند (تیل، ۱۹۵۳a؛ ۱۹۵۳b؛ ۱۹۵۴). همان‌طور که ابس و همکاران (۲۰۰۹) اشاره کردند

---

۲ Ordinary Least Square

۳ Instrumental Variable

۴ Two Stage Least Square

۵ Limited Information Maximum Likelihood

ممکن است روش‌های مبتنی بر متغیر ابزاری نتایجی بدتر از حالتی که همبستگی بین خطا و متغیر تبیینی نادیده گرفته می‌شود، ارائه دهد که این امر، خود نمایانگر کیفیت پایین متغیر ابزاری است. سوالی مهم در اکثر مسائل کاربردی این است که "گونه می‌توان متغیرهای ابزاری تاثیرگذار یک مدل را یافت؟". می‌توان ادعا کرد به طور کلی هیچ پاسخ روشنی به این سوال وجود ندارد. اگرچه جمع‌آوری داده‌های اضافه ممکن است یک راه چاره تلقی شود. اما در بعضی از مسائل این امر هزینه اضافی را دربر دارد. به این ترتیب، متغیرهای ابزاری اغلب به وسیله استدلال‌های موقتی یا حتی در دسترس بودن متغیرهای دیگر انتخاب می‌شوند. متاسفانه روش‌های استنباطی بر اساس متغیرهای ابزاری به انتخاب و اعتبار چنین متغیرهایی خیلی حساس است (دونالد و نیوی، ۲۰۰۱؛ استاک و همکاران، ۲۰۰۲). به دلیل همین موضوع نتایج مربوط به مدل‌های رگرسیونی در حضور این متغیرها تا حد زیادی متفاوت است. دیویدسون و مک‌کینون (۱۹۹۳) این موضوع را بطور جامع مورد مطالعه قرار دادند. نکته حائز اهمیت این است که هر کدام از روش‌های ارائه شده دارای حداقل میزانی از اریبی هستند. در مقاله حاضر، سعی شده است برای کاهش بیشتر اریبی از سه الگوریتم مختلف استفاده شود که عبارتند از: کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای تکراری، کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای جک نایف و کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای کالبیده. برای این منظور ابتدا روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای در بخش ۲ تشریح و سپس با استفاده از روش‌های تکراری، جک نایف و کالبیده کاهش اریبی برآوردگرهای مدل رگرسیونی با استفاده از متغیر ابزاری در بخش ۳ تشریح می‌شوند. مقایسه و ارزیابی روش‌های متفاوت پیشنهادی در این مقاله بر اساس مطالعه شبیه‌سازی در بخش ۴ آمده است. مدل‌بندی یک مثال کاربردی به کمک مدل‌های تشریح شده در این مقاله در بخش ۵ انجام می‌شود. بحث و نتیجه‌گیری کلی پایان‌بخش مقاله حاضر است.

۲ روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای (2SLS)

مدل ساده رگرسیونی،

$$Y = X\beta + \epsilon$$

$$= \quad X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \epsilon, \qquad (1)$$

را در نظر بگیرید که در آن، ϵ برداری $n \times 1$ و دارای توزیع نرمال با میانگین برداری n بعدی صفر و کواریانس $\sigma_e^2 I_n$ است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود متغیر تبیینی X که ماتریسی $n \times k$ است به صورت $[X_1 \ X_2]$ افراز شده طوری که متغیر X_2 برون‌زا و متغیر X_1 درون‌زا است به این معنی که

$$E(\epsilon^2|X_1) \neq 0.$$

لازم به ذکر است که متغیر X_1 ماتریسی $n \times k_1$ و متغیر X_2 ماتریسی $n \times k_2$ هستند به‌طوری که $k_1 + k_2 = k$. همچنین پارامتر β نیز برداری $k \times 1$ است که به‌صورت $(\beta_1, \beta_2)^T$ افراز شده است. واضح است که بردار β_1 و β_2 به‌ترتیب دارای ابعاد $k_1 \times 1$ و $k_2 \times 1$ هستند. فرض کنید مجموعه‌ای از متغیرهای H تحت عنوان متغیرهای ابزاری در دسترس است. به‌طور طبیعی این متغیرها باید با مولفه خطا ناهمبسته باشند یعنی $E(\epsilon^2|H) = 0$ و بخشی از تغییرات موجود در متغیرهای درون‌زا را توضیح دهند. بنابراین، متغیرهای H نمی‌توانند به صورت مستقیم روی متغیر پاسخ (Y) اثرگذار باشند. در روش برآورد 2SLS متغیر درون‌زای X_1 با استفاده از متغیر ابزاری مدل‌بندی می‌شود طوری که

$$X_1 = H\Pi + \eta, \qquad (2)$$

که در آن ماتریس Π نشان‌دهنده‌ی اثر متغیرهای ابزاری روی متغیرهای درون‌زا و η مولفه خطای مدل رگرسیون (۲) است. توجه شود که H ماتریسی $n \times L$ و Π یک ماتریس $L \times k_1$ از پارامترها است. همچنین بردار خطای n بعدی η دارای میانگین 0_n و واریانس $\sigma_\eta^2 I_n$ است. به‌علاوه فرض می‌شود که دو بردار خطای ϵ و η از هم مستقل‌اند و $E(\eta^2|H) = 0$. برازش مدل رگرسیونی در حضور متغیر درون‌زا مستلزم به‌دست آوردن برآورد همزمان پارامترهای دو مدل (۱) و (۲) است. به همین دلیل، مدل رگرسیون در حضور متغیرهای درون‌زا را به عنوان یک حالت خاص از مدل معادلات همزمانی[۶] (SEM) نیز معرفی می‌کنند (وولدریج، ۲۰۰۲).

[۶] Simultaneous Equations Model

مرحله اول روش 2SLS به این صورت است که ابتدا با روش کمترین توان‌های دوم معمولی برآورد پارامتر Π محاسبه شود که بنابه مدل (۲) عبارتست از:

$$\hat{\Pi} = (H^T H)^{-1} H^T X_1. \qquad (۳)$$

با جایگذاری برآورد (۳) در رابطه (۲) پیشگوی ماتریس X_1 به‌صورت

$$\hat{X}_1 = H\hat{\Pi} = H(H^T H)^{-1} H^T X_1 = P_H X_1, \qquad (۴)$$

به‌دست می‌آید که $P_H = H(H^T H)^{-1} H^T$. می‌توان ملاحظه کرد که P_H ماتریسی متقارن و خودتوان است. مرحله دوم روش 2SLS با جایگذاری پیشگوی (۴) در دومین تساوی رابطه (۱) ادامه پیدا می‌کند. در نتیجه:

$$\begin{aligned} Y &= \hat{X}_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \nu \\ &= (H\hat{\Pi})\beta_1 + X_2\beta_2 + \nu, \end{aligned} \qquad (۵)$$

که در آن ν خطای ناشی از به کارگیری پیشگوی X_1 است. اکنون، با استفاده از روش کمترین توان‌های دوم معمولی و بر اساس رابطه (۵) برآوردگر β، یعنی $\hat{\beta}_{2SLS}$ به‌صورت

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{2SLS} &= (\hat{X}^T\hat{X})^{-1}\hat{X}^T Y \\ &= \left([\hat{X}_1\ X_2]^T[\hat{X}_1\ X_2]\right)^{-1}[\hat{X}_1\ X_2]^T Y \\ &= \left([P_H X_1\ X_2]^T[P_H X_1\ X_2]\right)^{-1}[P_H X_1\ X_2]^T Y, \end{aligned} \qquad (۶)$$

حاصل می‌شود، که در آن $\hat{X} = [\hat{X}_1\ X_2]$ و $P_H = H(H^T H)^{-1} H^T$. بنا به دیویدسون و مک‌کینون (۱۹۹۳) در حالت بزرگ نمونه‌ای داریم:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta) \sim N(0_k, ([\hat{X}_1\ X_2]^T[\hat{X}_1\ X_2])^{-1}).$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود برآورد 2SLS فقط در حالت بزرگ نمونه‌ای ناریب است. توجه کنید که در این حالت واریانس خطا که برابر با $E(Y - X\beta)^2$ است به‌صورت $\sum_i (Y_i - X_i\hat{\beta})^2/n$ برآورد می‌شود. اما، در اکثر مطالعات اقتصادی و مدیریتی تعداد نمونه در دسترس متناهی است. لذا در ادامه با پیشنهاد سه روش متنوع، نحوه اعمال کاهش اریبی و نتایج مربوط به آن تشریح می‌شوند.

۳ روش‌های کاهش اریبی

به منظور کاهش اریبی روش‌های مختلفی در منابع متفاوت ارائه شده است (امیهود و هورویچ، ۲۰۰۴). در این مقاله سه روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای تکراری[۷] (2SILS)، کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای جک‌نایف[۸] (2SJLS) و کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای کالیبیده[۹] (2SCLS) در نظر گرفته شده است. الگوریتم سه روش پیشنهادی که در مراحل انتهایی مشترک هستند و تنها در ابتدای الگوریتم‌ها چند تفاوت جزئی با هم دارند، در ادامه ارائه شده‌اند.

الگوریتم 2SILS:

الف) بر اساس رابطه (۳) برآورد پارامتر Π محاسبه شود.

ب) پیشگوی متغیر X بر اساس رابطه (۴) محاسبه شود.

ج) اندازه فاصله اقلیدسی بین متغیر X و پیشگوی $\hat{X}$ به‌دست آید.

د) اگر فاصله مرحله **ج** کمتر از مقدار کوچکی مانند ϵ_1 باشد مرحله بعد اجرا شود، در غیر این صورت مرحله **الف** مجددا تکرار شود.

و) برآورد پارامترهای مدل بر اساس جایگذاری پیشگوی به‌دست آمده در مرحله **ب** با استفاده از رابطه (۶) محاسبه شود.

در این الگوریتم انتخاب ϵ_1 به عهده خود محقق است. اما مسئله مهم این است که هر اندازه پیشگوی X با خطای کمتری همراه باشد برآورد مرحله دوم دقیق‌تر است. این امر توسط اعمال روش جک‌نایف (میلر، ۱۹۷۴) ممکن خواهد شد. لذا می‌توان الگوریتم قبلی را به‌صورت زیر بهبود داد.

الگوریتم 2SJLS:

الف) با استفاده از مدل رگرسیونی (۲) و بر اساس روش جک‌نایف پارامترهای مدل برآورد شود.

---

۷ Two Stage Iterative Least Square

۸ Two Stage Jacknife Least Square

۹ Two Stage Calibration Least Square

ب) برآورد به‌دست آمده در مرحله **الف** پیشگوی متغیر X محاسبه شود.

ج) اندازه فاصله اقلیدسی بین متغیر X و پیشگوی $\hat{X}$ بدست آید.

د) اگر فاصله مرحله **ج** کمتر از مقدار کوچکی مانند ϵ_2 باشد مرحله بعد اجرا شود، در غیر این صورت مرحله **الف** مجددا تکرار شود.

و) برآورد پارامترهای مدل بر اساس جایگذاری پیشگوی به‌دست آمده در مرحله **ب** با استفاده از رابطه (۶) به‌دست آید.

روش جک‌نایف به فرضیات مدل مورد مطالعه بستگی کمتری داشته و به فرمول‌های نظری که در روش سنتی وجود دارد، نیازی ندارد. اما این روش مبتنی بر روش‌های آماری ناپارامتری است. لذا، اگر محققی علاقمند به اعمال روش‌های پارامتری باشد استفاده از این روش ممکن نیست. برای در اختیار قرار دادن الگوریتم جایگزین، در ادامه روش پارامتری کالبیده معرفی می‌شود.

الگوریتم 2SCLS:

الف) با استفاده از مدل رگرسیونی (۲) و بر اساس روش کالبیده پارامترهای مدل برآورد شود.

ب) برآورد به‌دست آمده در مرحله اول پیشگوی متغیر X محاسبه شود.

ج) اندازه فاصله اقلیدسی بین متغیر X و پیشگوی $\hat{X}$ به‌دست آید.

د)اگر فاصله مرحله **ج** کمتر از مقداری مانند ϵ_3 باشد مرحله بعد اجرا شود، در غیر این صورت مرحله **الف** مجددا تکرار شود.

و) محاسبه برآورد پارامترهای مدل بر اساس جایگذاری پیشگوی بدست آمده در مرحله **ب** با استفاده از رابطه (۶) محاسبه شود.

در ادامه بر اساس دو روش شبیه‌سازی برای دو مدل مختلف رگرسیونی و با استفاده از الگوریتم‌های پیشنهاد شده روش‌های برآورد پارامترهای رگرسیونی مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

۴ مطالعه شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد روش‌های پیشنهادی در این مقاله با مطالعه شبیه‌سازی مورد مقایسه قرار می‌گیرد. همان‌طور که در مقدمه اشاره شد درون‌زایی یک متغیر ناشی از چندین دلیل است. در مقاله حاضر بر اساس دو علت درون‌زایی مطالعه شبیه‌سازی صورت پذیرفته است. در روش اول شبیه‌سازی بر اساس وجود خطای اندازه‌گیری در متغیرها صورت پذیرفته و رویکرد دوم مبتنی بر درون‌زایی حاصل از متغیرهای دیده نشده است. بر اساس روش اول شبیه‌سازی ابتدا ۱۰۰۰ بار نمونه ۱۰۰ تایی از یک مدل رگرسیونی با عرض از مبدا ۵− و شیب ۵ و واریانس خطای ٦ تولید شد و با توجه به روش‌های ارائه شده برآورد پارامترهای آن در جدول ۱ گزارش شد.

جدول ۱: برآورد و خطای آن بر اساس روش اول شبیه‌سازی

روش	برآورد		خطای برآورد		
	β_0	β_1	σ_{β_0}	σ_{β_1}	σ_e
2SLS	−٦/٩١	٦/٦٨	۰/۴۹	۰/۰۹۹	۹/۱۸۸
2SILS	−٦/٩١	٦/٦٨	۰/۴۸	۰/۰۹۸	۹/۱۹۱
2SJLS	−٦/٩١	٦/٦٨	۰/۰٦۰	۰/۰۹۸	۹/۱۸٦
2SCLS	−۴/۸۷	۴/۸۳	۰/۰۵٦	۰/۰۴۴	۸/۷۱۲

بنابه جدول ۱ مشاهده می‌شود برآوردهای حاصل از سه روش 2SLS، 2SILS و 2SJLS تا حدی یکسان هستند. این بدان معنی است که دو روش تکراری و جک‌نایف نتوانسته برآوردگر 2SLS را بهبود ببخشند. در مقابل روش 2SCLS برآوردی به مراتب بهتر (با اریبی و خطای کمتر) از سه روش دیگر ارائه داده است. بنابراین می‌توان استنتاج کرد که با استفاده از روش کالبیده دقت برآوردگرها افزایش می‌یابد به نحوی که نه تنها اریبی کمتری نسبت به سه روش اول ایجاد می‌شود بلکه خطای برآورد حاصل از آن بسیار کاهش می‌یابد.

در ادامه بر اساس حذف یکی از متغیرها مطالعه شبیه‌سازی صورت پذیرفته است. می‌توان گفت متغیر حذف شده به عنوان جزئی از خطای مدل لحاظ می‌شود و لذا سبب درون‌زایی خواهد شد. مشابه شبیه‌سازی بر اساس روش اول، ابتدا ۱۰۰۰

بار نمونه ۱۰۰ تایی از یک مدل رگرسیونی با عرض از مبدا $\beta_0 = ۴$ و شیب‌های $\beta_1 = ۳$ و $\beta_2 = ٦$ با واریانس خطای ۸ تولید و برآوردها همراه با خطای مربوطه محاسبه شد. نتایج حاصل از این روش شبیه‌سازی در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲: برآورد پارامترها و خطای برآورد حاصل از روش دوم شبیه‌سازی

روش	برآورد			خطای برآورد			
	β_0	β_1	β_2	σ_{β_0}	σ_{β_1}	σ_{β_2}	σ_e
2SLS	۳/۸۰۱	۳/۲۲۱	۵/۹۹۷	۰/۰۵۴	۰/۱۲۵	۰/۰۸۸	۱۷/۸۵۱
2SILS	۳/۸۰۱	۳/۲۲۲	۵/۹۹۷	۰/۰۵۵	۰/۱۲۵	۰/۰۸۸	۱۷/۹۰۲
2SJLS	۳/۸۰۱	۳/۲۲۱	۵/۹۹۷	۰/۰۵۴	۰/۱۲۵	۰/۰۹۰	۱۷/۸۵۱
2SCLS	۴/۰۰۱	۲/۹۹۷	٦/۰۳۱	۰/۰۳۲	۰/۰۱۵	۰/۰۱۸	۱۵/۵۵٦

همان‌طور که از جدول ۲ ملاحظه می‌شود برآوردهای حاصل از سه روش 2SLS، 2SILS و 2SJLS تقریبا بر هم منطبق‌اند و این برآورد کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای کالبیده است که دقتی بیشتر و اریبی کمتری نسبت به دیگر برآوردها دارند. با این حال برآوردهای حاصل از سه روش اول نیز دارای دقت خوبی هستند. بنابراین می‌توان اذعان کرد که در این مطالعه شبیه‌سازی استفاده از برآورد کالبیده دقت برآوردهای حاصل از روش 2SLS را افزایش می‌دهد. بنابر نتایج مطالعه شبیه‌سازیُ از میان سه روش پیشنهادی، روش 2SCLS بهترین عملکرد را داشته است. لذا استفاده از آن برای مطالعه مدل‌های رگرسیونی با وجود متغیرهای درون‌زا توصیه می‌شود.

در ادامه بر اساس داده‌های هزینه و درآمد گردآوری شده در سال ۱۳۹۰ ایران یک مدل معادلات همزمانی برازش داده شد و بر اساس روش‌های ارائه شده در این مقاله، نتایج حاصل از آن‌ها مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

۵ مثال کاربردی

در این مقاله داده‌های هزینه و درآمد مربوط به سال ۱۳۹۰ شامل ۱۳۳۴۵ نمونه از ۳۲ استان مورد استفاده قرار گرفت. هدف اصلی این مطالعه، بررسی اثر همزمان درآمد و هزینه روی یکدیگر است. لذا مدل دو معادله‌ای بر روی داده‌های هزینه و درآمد برازش داده شد که بر اساس این مدل دو متغیر هزینه ناخالص و درآمد به عنوان

متغیر درون‌زا لحاظ شدند و سایر متغیرهای گردآوری شده تحت عنوان متغیرهای برون‌زا مورد استفاده قرار گرفتند. بنا به مطالعه اجمالی و همچنین نظر کارشناسان مدل برازش داده شده عبارت است از:

$$log\, GH = \beta_0 + \beta_D D + \sum_{i=1}^{5} \beta_{C_i} C_i + \sum_{i=1}^{7} \beta_{A_i} A_i + \sum_{i=1}^{39} \beta_{B_i} B_i + \epsilon_1 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} D &= \gamma_0 + \gamma_{GH}\, log\, GH + \sum_{i=1}^{5} \gamma_{C_i} C_i + \sum_{i=1}^{7} \gamma_{A_i} A_i + \sum_{i=1}^{4} \gamma_{D_i} D_i \\ &+ \gamma_{B_1} B_1 + \gamma_{B_2} B_2 + \gamma_{B_3} B_3 + \gamma_{B_5} B_5 + \gamma_{B_6} B_6 \\ &+ \gamma_{B_{18}} B_{18} + \gamma_{B_{19}} B_{19} + \gamma_{B_{23}} B_{23} + \epsilon_2, \end{aligned} \quad (8)$$

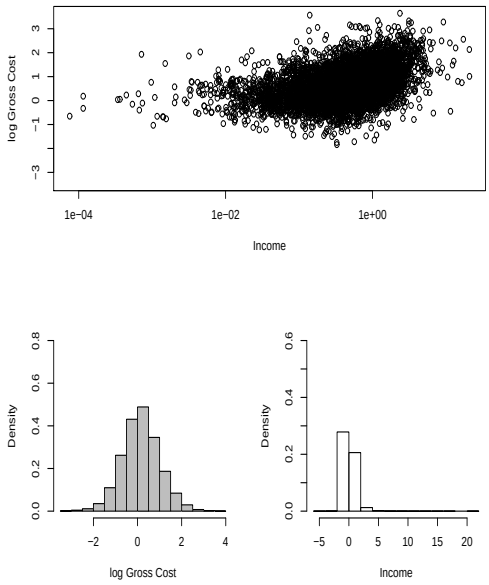
که توصیف کلی متغیرهای به‌کار رفته در جدول ۳ ارائه شده‌اند. شکل‌های ۱ و ۲ نیز نمایش هندسی از متغیرهای درآمد و لگاریتم هزینه و همچنین سایر متغیرهای کمی ارائه می‌دهد. لازم به ذکر است که به منظور برازش مدل همزمان (۷) و (۸) متغیرهای درآمد و لگاریتم هزینه استاندارد شده‌اند.

با استفاده از روش 2SLS و سه روش پیشنهادی برآوردهای این مدل دو معادله همزمانی ارائه گردید که نتایج حاصل در جداول ۳ و ۴ آمده است. بیان این نکته ضروری است که در جداول ارائه شده تنها برآورد ضرایبی که به لحاظ آماری در سطح ۵% معنادار بودند گزارش شده است و همچنین پارامترها بر اساس نام متغیرهای آنان ذکر شده است.

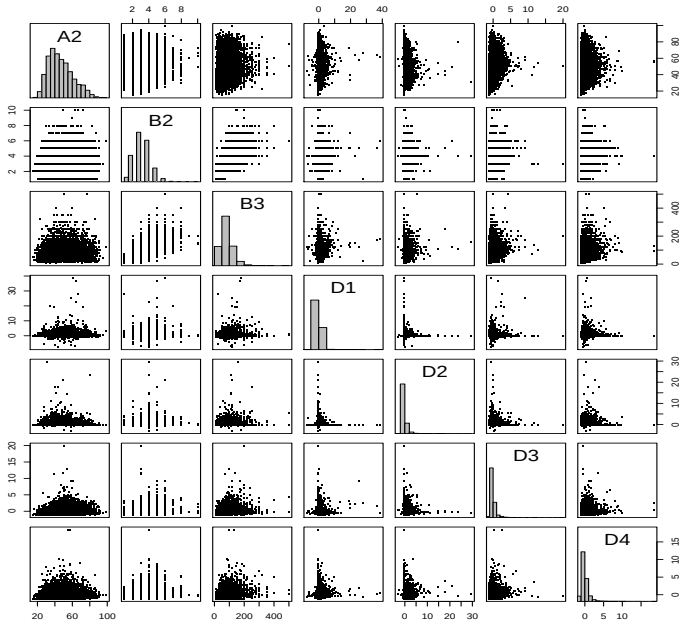
جدول ۳ مربوط به برازش مدل معادلات همزمانی حاصل از رابطه (۷) و جدول ۴ مرتبط با مدل (۸) است. بر اساس جدول ۳، به طور کلی استفاده از تسهیلات (آشپزخانه، حمام، تلفن، شبکه فاضلاب شهری، حرارت مرکزی و پکیج) به جز مورد گاز لوله کشی تاثیر مستقیم بر روی هزینه ناخالص خانوارها دارد. همچنین استفاده از سایر لوازم عمده زندگی به جز پنکه تاثیر مستقیم بر روی هزینه ناخالص خانوارها دارد طوری‌که عدم استفاده از این لوازم هزینه خانوارها را افزایش می‌دهد. از طرفی درآمد، بعد خانوار، تعداد افراد باسواد، تعداد محصلین و شاغلین در خانوار ارتباط مستقیم با هزینه ناخالص خانوارها دارند. بر اساس جدول ۴، هر اندازه هزینه ناخالص، تعداد افراد باسواد، شاغلین، افراد با درآمد در یک خانوار بیشتر باشد

جدول ۳: متغیرهای به‌کار رفته در مدل

نام متغیرها	علائم اختصاری	نوع متغیر	کدهای مربوطه
هزینه ناخالص	GH	کمی	–
درآمد	D	کمی	–
بعد خانوار	C_1	کمی	–
تعداد افراد باسواد	C_2	کمی	–
تعداد محصلین	C_3	کمی	–
تعداد شاغلین	C_4	کمی	–
تعداد افراد با درآمد	C_5	کمی	–
جنسیت	A_1	کیفی	۱: مرد، ۲: زن
سن	A_2	کمی	–
وضع سواد	A_3	کیفی	۱: باسواد، ۲: بی‌سواد
وضعیت تحصیلی	A_4	کیفی	۱:بلی، ۲: خیر
مدرک تحصیلی	A_5	کیفی	۱: بی‌سواد، ۲: دیپلم، ۳: فوق دیپلم، ۴: لیسانس، ۵: فوق لیسانس و بالاتر، ۶: حوزوی
وضعیت فعالیت	A_6	کیفی	۱: شاغل، ۲: بیکار، ۳: دارای درآمد بدون کار، ۴: محصل، ۵: خانه‌دار، ۶: سایر
وضعیت زناشویی	A_7	کیفی	۱: دارای همسر، ۲: همسر فوت شده، ۳: مطلقه، ۴: مجرد
نحوه تصرف محل سکونت	B_1	کیفی	۱: ملکی عرصه و اعیان، ۲: ملکی اعیان، ۳: اجاری ۴: رهن، ۵: در برابر خدمت، ۶: رایگان
تعداد اتاق در اختیار	B_2	کمی	–
سطح زیربنای محل سکونت	B_3	کمی	–
مصالح به کار رفته در ساختمان محل سکونت	B_4	کیفی	۱: فلزی، ۲: بتون آرمه ، ۳: سایر
اتومبیل شخصی	B_5	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
موتور سیکلت	B_6	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
ماشین لباس‌شویی	B_7	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
دوچرخه	B_8	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
رادیو	B_9	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
ضبط و پخش صوت	B_{10}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
یخچال	B_{11}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
فریزر	B_{12}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
یخچال فریزر	B_{13}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
اجاق گاز	B_{14}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
جارو برقی	B_{15}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
تلویزیون رنگی	B_{16}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
انواع ویدئو	B_{17}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
رایانه	B_{18}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
چرخ خیاطی	B_{19}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
پنکه	B_{20}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
آب لوله‌کشی	B_{21}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
برق	B_{22}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
اینترنت	B_{23}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
آشپزخانه	B_{24}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
گاز لوله‌کشی	B_{25}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
برودت مرکزی	B_{26}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
حمام	B_{27}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
تلفن	B_{28}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
شبکه فاضلاب شهری	B_{29}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
سوخت برای پخت و پز	B_{30}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
کولر آبی متحرک	B_{31}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
کولر گازی متحرک	B_{32}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
حرارت مرکزی	B_{33}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
پکیج	B_{34}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
کولر گازی ثابت	B_{35}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
سوخت برای ایجاد گرما	B_{36}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
تلفن همراه	B_{37}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
ماشین ظرفشویی	B_{38}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
سوخت برای تهیه آب گرم	B_{39}	کیفی	۱: استفاده، ۲:عدم استفاده
درآمد پولی از مشاغل آزاد کشاورزی	D_1	کمی	–
درآمد پولی از مشاغل آزاد غیرکشاورزی	D_2	کمی	–
درآمدهای متفرقه (شامل یارانه نیز می‌شود.)	D_3	کمی	–
درآمدهای متفرقه غیر پولی	D_4	کمی	–



شکل ۱: نمودار پراکنش لگاریتم هزینه و درآمد و بافت‌نگار درآمد و لگاریتم هزینه ناخالص



شکل ۲: نمودار پراکنش زوجی متغیرهای کمی توصیف شده در جدول ۳

جدول ۴: برآوردهای حاصل از برازش مدل معادلات همزمانی رابطه (۷)

خطای برآورد				برآورد				
2SCLS	2SJLS	2SILS	2SLS	2SCLS	2SJLS	2SILS	2SLS	پارامتر
۰/۱۰۶	۰/۱۵۱	۰/۱۵۶	۰/۱۵۶	−۱/۱۰۸	−۱/۱۶۹	−۱/۱۶۹	−۱/۱۶۹	عرض از مبدا
۰/۰۰۶	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۳۱۴	۰/۳۵۴	۰/۳۵۴	۰/۳۵۴	D
۰/۰۰۷	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۷۱	۰/۰۵۹	۰/۰۵۹	۰/۰۵۹	C_1
۰/۰۰۵	۰/۰۰۷	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۰۲۱	۰/۰۱۶	۰/۰۱۶	۰/۰۱۶	C_2
۰/۰۰۵	۰/۰۰۷	۰/۰۰۶	۰/۰۰۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	۰/۰۱۵	C_3
۰/۰۰۳	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۰۱۷	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	C_4
۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۹	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	A_2
۰/۰۲۱	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	−۰/۰۱۰	−۰/۰۱۴	−۰/۰۱۴	−۰/۰۶۶	A_6
۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	−۰/۰۱۸	−۰/۰۱۶	−۰/۰۱۶	−۰/۰۱۶	B_1
۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۶	۰/۰۰۲	۰/۰۰۲	۰/۰۰۲	B_3
۰/۰۱۰	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۳۰۹	۰/۲۹۲	۰/۲۹۲	۰/۲۹۲	B_5
۰/۰۱۴	۰/۰۲۰	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	۰/۰۵۲	۰/۰۴۵	۰/۰۴۵	۰/۰۴۵	B_8
۰/۰۲۱	۰/۰۲۴	۰/۰۲۴	۰/۰۲۴	۰/۰۸۹	۰/۰۸۷	۰/۰۸۷	۰/۰۸۷	B_9
۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۴۲	۰/۰۳۷	۰/۰۳۹	۰/۰۳۹	B_{10}
۰/۰۱۱	۰/۰۱۸	۰/۰۱۸	۰/۰۱۸	۰/۰۴۶	۰/۰۴۴	۰/۰۴۴	۰/۰۴۴	B_{12}
۰/۰۲۱	۰/۰۲۸	۰/۰۲۷	۰/۰۲۷	۰/۰۹۶	۰/۰۹۰	۰/۰۹۰	۰/۰۹۰	B_{13}
۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۱۸۴	۰/۱۷۳	۰/۱۷۳	۰/۱۷۳	B_{15}
۰/۰۲۲	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۳۰	۰/۲۱۹	۰/۲۰۱	۰/۲۰۱	۰/۲۰۱	B_{16}
۰/۰۱۰	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۸۶	۰/۰۸۴	۰/۰۸۴	۰/۰۸۴	B_{17}
۰/۰۱۸	۰/۰۲۱	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۱۳۱	۰/۱۰۱	۰/۱۰۱	۰/۱۰۱	B_{18}
۰/۰۱۰	۰/۰۰۹	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	−۰/۱۱۷	−۰/۱۰۶	−۰/۱۰۶	−۰/۱۰۶	B_{20}
۰/۰۳۴	۰/۰۳۱	۰/۰۳۲	۰/۰۳۳	۰/۱۲۹	۰/۱۲۴	۰/۱۲۴	۰/۱۲۴	B_{24}
۰/۰۲۰	۰/۰۲۴	۰/۰۲۳	۰/۰۲۴	−۰/۰۹۰	−۰/۰۹۴	−۰/۰۹۴	−۰/۰۹۴	B_{25}
۰/۰۱۲	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	۰/۰۹۱	۰/۰۷۷	۰/۰۷۷	۰/۰۷۷	B_{27}
۰/۰۱۱	۰/۰۱۳	۰/۰۱۳	۰/۰۱۳	۰/۱۰۷	۰/۰۹۵	۰/۰۹۵	۰/۰۹۵	B_{28}
۰/۰۵۱	۰/۰۴۴	۰/۰۵۲	۰/۰۵۴	۰/۱۵۵	۰/۱۴۹	۰/۱۴۹	۰/۱۴۹	B_{29}
۰/۰۳۲	۰/۰۳۸	۰/۰۳۸	۰/۰۳۹	۰/۱۲۳	۰/۱۲۳	۰/۱۲۳	۰/۱۲۳	B_{32}
۰/۱۰۹	۰/۲۵۰	۰/۲۴۴	۰/۲۵۳	۰/۵۶۱	۰/۵۶۱	۰/۵۶۱	۰/۵۶۱	B_{33}
۰/۲۹۹	۰/۶۰۱	۰/۶۰۹	۰/۶۱۸	۱/۷۲۱	۱/۷۱۳	۱/۷۱۳	۱/۷۱۳	B_{34}
۰/۰۱۴	۰/۰۱۶	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۳۳۹	۰/۳۲۷	۰/۳۲۷	۰/۳۲۷	B_{37}
۰/۰۹۵	۰/۱۵۰	۰/۱۴۴	۰/۱۵۱	۰/۳۲۵	۰/۳۱۱	۰/۳۱۱	۰/۳۱۱	B_{38}
				۰/۵۹۱	۰/۴۶۵	۰/۴۶۵	۰/۴۶۷	R^2
				۰/۵۴۶	۰/۶۲۹	۰/۶۲۹	۰/۶۳۰	σ_ϵ^2

جدول ۵: برآوردهای حاصل از برازش مدل معادلات همزمانی رابطه(۸)

خطای برآورد				برآورد				
2SCLS	2SJLS	2SILS	2SLS	2SCLS	2SJLS	2SILS	2SLS	پارامتر
۰/۰۰۴	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۵۰۱	۰/۱۴۱	۰/۱۴۱	۰/۱۴۱	$log\ GH$
۰/۰۰۳	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	−۰/۰۲۸	−۰/۰۲۱	−۰/۰۲۱	−۰/۰۲۱	C_1
۰/۰۰۴	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۳۲	۰/۰۳۸	۰/۰۳۸	۰/۰۳۸	C_2
۰/۰۰۵	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۱۵	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	C_4
۰/۰۰۶	۰/۰۰۷	۰/۰۰۶	۰/۰۰۷	۰/۱۷۷	۰/۱۷۱	۰/۱۷۱	۰/۱۷۱	C_5
۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	−۰/۰۰۶	−۰/۰۰۶	−۰/۰۰۶	−۰/۰۰۶	A_2
۰/۰۹۵	۰/۱۵۱	۰/۱۸۵	۰/۱۸۴	۰/۰۵۰	۰/۰۵۸	۰/۰۵۸	۰/۰۵۸	A_3
۰/۱۰۰	۰/۱۴۹	۰/۱۸۱	۰/۱۸۴	−۰/۵۰۴	−۰/۵۸۴	−۰/۵۸۴	−۰/۵۸۴	A_4
۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۱۰۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	B_1
۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۱۰	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	B_2
۰/۰۱۰	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹	۰/۰۱۰	۰/۰۹۳	۰/۱۰۳	۰/۱۰۳	۰/۱۰۳	B_5
۰/۰۰۸	۰/۰۰۷	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	−۰/۰۴۹	−۰/۰۱۴	−۰/۰۱۴	−۰/۰۱۴	B_6
۰/۰۱۰	۰/۰۱۲	۰/۰۱۳	۰/۰۱۴	۰/۲۱۱	۰/۲۲۲	۰/۲۲۲	۰/۲۲۲	B_{18}
۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	۰/۰۰۸	−۰/۰۲۹	−۰/۰۱۸	−۰/۰۱۸	−۰/۰۱۸	B_{19}
۰/۰۲۱	۰/۰۲۱	۰/۰۱۹	۰/۰۲۴	۰/۰۶۹	۰/۰۸۲	۰/۰۸۲	۰/۰۸۲	B_{23}
۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۴۰۱	۰/۴۵۹	۰/۴۵۹	۰/۴۵۹	D_1
۰/۰۰۵	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۳۳۵	۰/۳۳۹	۰/۳۵۶	۰/۳۵۶	D_2
۰/۰۰۴	۰/۰۰۵	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶	۰/۲۱۰	۰/۲۹۹	۰/۳۰۱	۰/۳۰۱	D_3
۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۱۴۲	۰/۱۵۰	۰/۱۴۹	۰/۱۵۱	D_4
				۰/۷۷۱	۰/۷۶۷	۰/۷۶۶	۰/۷۶۴	R^2
				۰/۴۳۱	۰/۴۴۸	۰/۴۴۹	۰/۴۵۲	σ_ϵ^2

درآمد کل خانوار نیز بیشتر خواهد بود. با این حال تسهیلات و لوازم عمده زندگی به جز استفاده از چند مورد تسهیلات رفاهی زندگی مانند اتومبیل، موتور، رایانه، اینترنت و چرخ خیاطی تاثیری بر میزان درآمد خانوارها ندارند. این در حالی است که نوع تصرف محل سکونت و تعداد اتاق‌های در اختیار تاثیری مستقیم بر درآمد خانوارها دارد.

نکته قابل تامل این است که نتایج ارائه شده در جدول ۳ و ۴ تا حدودی مشابه نتایج حاصل از مطالعه شبیه‌سازی است، به این معنی که برآوردهای حاصل از 2SLS، 2SILS و 2SJLS منجر به نتایجی یکسان شده است. در مقابل برآورد حاصل از روش 2SCLS نتایجی متفاوت با خطای کمتری را نمایش می‌دهد. لذا همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد برآوردگرهای حاصل از روش 2SCLS عملکرد بهتری نسبت به روش‌های دیگر دارد. بیان این نکته ضروری است که قصد این مقاله ارائه نحوه برازش مدل و ارزیابی کارایی و معیارهای مناسبت مدل نبود. بلکه هدف اصلی نوشته حاضر درنظر گرفتن سنگ محکی برای ارزیابی برآورد پارامترهای حاصل از به‌کارگیری الگوریتم‌های مختلف توصیف شده در این مقاله برای بهبود روش 2SLS بوده است.

بحث و نتیجه‌گیری

تحلیل مدل‌های رگرسیونی در حضور متغیر درون‌زا به دلیل کاربرد وسیع آن در مدل‌های اقتصادی مورد توجه محققین بی‌شماری قرار گرفته است. از نقطه نظر استنباطی حضور متغیرهای درون‌زا سبب اریبی و ناسازگاری برآورد پارامترهای مدل می‌شود. یکی از راه‌های فائق آمدن بر مساله درون‌زایی متغیرها استفاده از متغیرهای ابزاری است. به‌کارگیری چنین متغیرهایی همراه با بهره‌برداری از روش 2SLS برآوردی با اریبی کمتر و دقت بیشتر (برآوردی سازگار) ارائه می‌دهد. در مقاله حاضر سعی شد با استفاده از سه رویکرد پیشنهادی با عناوین الگوریتم تکراری، جک‌نایف و کالبیده، اریبی برآورد حاصل از روش کمترین توان‌های دوم دو مرحله‌ای کاهش داده شود.

از آنجا که تحلیل رگرسیونی در حضور متغیرهای درون‌زا و ابزاری حالتی خاص از مدل‌های معادلات همزمانی است، برای نشان دادن نحوه کاربست مدل‌ها، مدلی به داده‌های هزینه و درآمد گردآوری شده ۱۳۹۰ ایران برازش داده شد. بر اساس نتایج حاصل مشاهده شد که با استفاده از روش کالیبیده، اریبی و دقت برآورد حاصل نسبت به سه روش دیگر مناسب‌تر بوده و در مقابل هر سه روش 2SLS، 2SILS و 2SJLS نتایج مشابهی داشته‌اند.

حضور متغیرهای درون‌زا در مدل‌های چندسطحی نیز سبب اریبی و ناسازگاری برآوردگر پارامترهای مدل می‌شود. لذا به‌دست آوردن برآوردگرهای نااریب و ناسازگار در این مدل‌ها می‌تواند موضوع تحقیقاتی جالب توجهی باشد. نگارندگان مقاله حاضر قصد دارند این موضوع را در پژوهش‌های آتی مدنظر قرار داهند.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مراتب قدردانی خود را از داوران محترم برای ارائه نقطه نظراتشان و هیئت تحریریه‌ی محترم مجله علوم آماری اعلام می‌دارند.

مراجع

Amihud, Y. and Hurvich, C. M. (2004), Predictive Regressions: A Reduced-Bias Estimation Method, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **39**, 813-841.

Anderson, T. W. and Rubin, H. (1949), Estimation of Parameters of a Single Equation in a Complete System of Stochastic Equations, *Annals of Mathematical Statistics*, **20**, 46-63.

Bowden, S. and Turkington, D. A. (1984), *Instrumental Variables*, Oxford University Press, New York.

Cleveland, W. S. (1979), Robust Locally Weighted Regression and Smoothing Scatterplots, *Journal of the American Statistical Association*, **74**,

829-836.

Davidson, R. and MacKinnon, J. G. (1993), *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford University Press, New York.

Donald, S. G. and Newey, W. K. (2001), Choosing the Number of Instruments, *Econometrica*, **69**, 1161-1169.

Ebbes, P. (2004), *Latent Instrumental Variables: A New Approach to Solve for Endogeneity*, Ph.D. Thesis, University of Groningen.

Ebbes, P., Wedel, M., Baockenholt, U. and Steerneman, A. G. M. (2005), Solving and Testing for Regressor-Error (in) Dependence When no Instrumental Variables are Available: With New Evidence for the Effect of Education on Income, *Quantitative Marketing and Econometrics*, **3**, 365-392.

Ebbes, P., Wedel, M. and Baockenholt, U. (2009), Frugal IV Alternatives to Identify the Parameter for an Endogenous Regressor, *Journal of Applied Econometrics*, **24**, 446-468.

Heckman, J. (1979), Sample Selection Bias as a Specification Error, *Econometrica*, **47**, 153-161.

Imbens, G. and Angrist, J. (1994), Identification and Estimation of Local Average Treatment Effect, *Econometrica*, **62**, 467-476.

Kivietd, J. F. (1995), On Bias, Inconsistency and Efficiency of Various Estimators in Dynamic Panel Data Models, *Journal of Econometrics*, **68**, 53-78.

Miller, R. G. (1974), The Jackknife- A Review, *Biometrika*, **61**, 1-15.

Pearl, J. (2000), *Causality*, Cambridge University Press, New York.

Ruud, P. A. (2000), *An Introduction to Econometric Theory*, Oxford University Press, New York.

Stock, J. H., Wright, J. H. and Yogo, M. (2002), A Survey of Weak Instruments and Weak Identification in Generalized Method of Moments, *Journal of Business and Economic Statistics*, **20**, 518-529.

Theil, H. (1953a), Repeated Least-Squares Applied to Complete Equation Systems, Mimeo, The Hague: *Central Planning Bureau*.

Theil, H. (1953b), Estimation and Simultaneous Correlation in Complete Equation Systems, Mimeo, The Hague: *Central Planning Bureau*.

Theil, H. (1954), Estimation of Parameters in Econometric Models, *Bulletin of the International Statistical Institute*, **34**, 122-129.

Wooldridge, J. M. (2002), *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, The MIT Press, Cambridge.