مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۹۷
جلد ۱۲، شماره ۱، ص ۵۷ – ۷۲
DOI: 10.29252/jss.12.1.57

بهینه‌سازی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در یک سیستم چند وضعیتی

فاطمه ایرانمنش، محسن رضاپور، رضا پورموسی
بخش آمار، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۱/۱ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۹۷/۱/۲۶

چکیده: در این تحقیق، روش نگهداری و تعمیرات یک سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. این سیستم در لحظه شروع در وضعیت یک بوده که در آن سیستم کاملا سالم و نو فرض می‌شود. پس از مدت زمانی تصادفی، سیستم خراب و به وضعیت تعمیر می‌رود و پس از آن دوباره شروع به کار می‌کند. اما در این وضعیت طول عمر سیستم به طور تصادفی کمتر از طول عمر آن در وضعیت اولیه خواهد بود. پس از خرابی مجدد سیستم، دوباره تعمیر شده و با طول عمر به طور تصادفی کمتر از طول عمر قبل شروع به کار می‌کند. در نهایت پس از خرابی مجدد سیستم، بررسی می‌گردد که آیا بایستی سیستم اسقاط شده یا بطور اساسی تعمیر گردد. در حین کارکرد سیستم می‌توان از روش‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه جهت افزایش طول عمر سیستم بهره برد. چون این اقدامات هزینه‌بر بوده، در این مقاله به ارائه روشی برای بهینه سازی هزینه نگهداری و تعمیر پیشگیرانه پرداخته می‌شود. سپس با ارائه مثالی کاربردهای این روش در سیستم‌هایی با توزیع‌های مختلف آماری نشان داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: سیستم چند وضعیتی، تعمیر و نگهداری پیشگیرانه، تعمیر اصلاحی، در دسترس بودن، بهینه سازی.

۱ مقدمه

در مدل سازی قابلیت اطمینان سیستم‌های دودوئی فرض بر آن است که سیستم یا در وضعیت کار و یا در وضعیت شکست قرار می‌گیرد در حالیکه در بسیاری از حالات حقیقی، فرض دودئی می‌تواند کافی نباشد.

آدرس الکترونیکی نویسنده مسئول مقاله: فاطمه ایرانمنش، iranfatima@yahoo.com

کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62J27

در مدل سازی قابلیت اطمینان سیستم چند وضعیتی، سیستم بیشتر از دو وضعیت اجرا دارد. وضعیت‌های این سیستم از وضعیت کار کامل با بیشترین کارایی تا شکست مطلق با کارایی ۰ هستند. یک سیستم چند وضعیتی می‌تواند در وضعیت‌های متوسط بین کار کامل و شکست مطلق کار کند. رکود با چند وضعیتی بودن سیستم مطرح می‌شود. رکود ممکن است با تخریب سیستم یا به وسیله شرایط محیطی گوناگون ایجاد شود. فرسودگی، شکست اجزای غیر اصلی و تعداد شوک‌های تصادفی روی سیستم همه از علل رکودِ سیستم هستند. سیستمی که کارایی آن در مقیاس زمان کاهش یابد را سیستم در حال رکود نامند. حال اگر بتوان میزان کارایی سیستم را طبقه بندی نمود، می‌توان تحلیل سیستم‌های در حال رکود را با عملکرد چند وضعیتی، با به حساب آوردن سطوح چندگانه رکود بررسی نمود.

مفهوم سیستم‌های چند وضعیتی ابتدا توسط مارکلند (۱۹۷۵) مطرح شد. سپس بارلو و وو (۱۹۷۸)، نیوهی و همکاران (۱۹۸۷) و راس (۱۹۷۹) این سیستم‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. این محققین، تابع ساختار سیستم و خصوصیات‌شان را تعریف کرده‌اند. بررسی و تجدید نظر روی قابلیت اطمینان سیستم‌های چند وضعیتی توسط لیسنیانسکی و لوتین (۲۰۰۳) صورت گرفته است. همچنین ترائور و همکاران (۲۰۱۵) به بهبود ایمنی، میزان در دسترس بودن و قابلیت اطمینان اجزای سیستم دینامیکی در معرض رکود تدریجی پرداخته‌اند. روش‌های نگهداری سیستم‌هایی با شکست تصادفی، بطور گسترده مورد توجه محققان قرار گرفته است. یک بررسی جامع روی این روش‌های نگهداری بهینه را می‌توان در وانگ (۲۰۰۲) و ناکاگاوا (۲۰۰۵ و ۲۰۰۷) دید. تعمیر و نگهداری پیشگیرانه و تعمیر اصلاحی برای حفظ سیستم و یا برگشت آن به شرایط کار انجام می‌شود. تانگ و همکاران (۲۰۱۵)، یک روش نگهداری بهینه ارائه و در آن دستور العملی برای برآورد طول عمر مانده سیستم‌های در حال رکورد و در معرض کمترین خرابی و شرط نظارت در فاصله‌های زمانی مساوی، دوره‌های زمان گسسته ایجاد کرده‌اند.

در بسیاری از مقالات از جمله اسحاق و همکاران (۲۰۱۰) روش نگهداری و تعمیرات بهینه با استفاده از زنجیره مارکوف زمان پیوسته بررسی گردیده است. چون در تعمیرات بهینه با استفاده از زنجیره مارکوف زمان پیوسته، طول توقف در یک وضعیت [1] از توزیع نمایی پیروی می‌کند، بنابراین طول توقف دارای خاصیت عدم حافظه است (وی و مینگ ۲۰۰۳). در بسیاری از موارد توزیع توقف در وضعیت‌ها از توزیع نمایی پیروی نمی‌کند. در حالی که بدلیل وجود استهلاک در کارخانه، توزیع توقف در وضعیت‌های یک سیستم دارای خاصیت عدم حافظه نمی‌باشد، در این مقاله به بررسی یک سیستم نگهداری و تعمیرات با توزیع دلخواه جهت توقف در یک وضعیت پرداخته می‌شود. در یک سیستم چند وضعیتی، دوره عملکرد

[1] State

سیستم را از یک سیستم سالم نو در لحظه شروع تا شکست مطلق و اسقاط آن در تظر می‌گیریم. یک سیستم سالم چند وضعیتی ممکن است پس از خراب شدن دوباره تعمیر اصلاحی[۲] (CM) گردد. پس از تعمیر اصلاحی، سیستم به وضعیتی که در آن سیستم دارای طول عمر کمتری نسبت به قبل از تعمیرات است، می‌رود. در این مقاله فرض بر آن است که پس از چند تعمیر اصلاحی که از قبل توسط متخصص نگهداری و تعمیرات کارخانه تعیین می‌شود، سیستم یا بطور کامل اسقاط شده و یا تعمیر اساسی می‌شود.

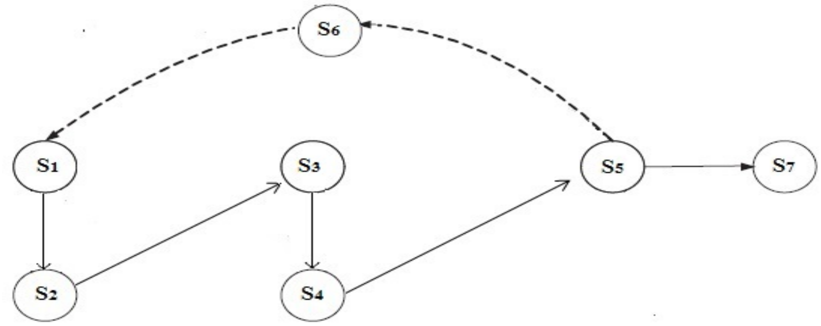
وقتی سیستم خراب می‌شود، با صرف زمان و هزینه تعمیر اصلاحی انجام خواهد شد. برای جلوگیری از خرابی سیستم در هر وضعیت در حال کار تعمیر و نگهداری پیشگیرانه[۳](PM) با صرف هزینه معین پس از یک بازه زمانی به طول مشخص انجام می‌شود. برای سیستم چند وضعیتی مجموع زمان‌های صرف شده‌ای که سیستم در وضعیت‌های در حال کار قرار دارد را میزان در دسترس بودن سیستم گویند. به دلیل اینکه هزینه هر تعمیر و نگهداری پیشگیرانه کمتر از یک تعمیر اصلاحی است، می‌خواهیم یک بازه زمانی بهینه برای تعمیرات پیشگیرانه در هر وضعیت با در نظر گرفتن میزان در دسترس بودنِ سیستم بدست آوریم. این بدان معنی است که با صرف کمترین هزینه بیشترین زمان در دسترس بودن را دارا باشیم. اما چون فرض نمایی بودن توزیع توقف در وضعیت‌های یک سیستم در عمل برقرار نیست و چون فرضیات مدل مارکوف پیوسته زمان برای سیستم‌هایی که توزیع توقف در وضعیت‌های آن از توزیع نمایی پیروی نکند، برقرار نیست، فرضیات مدل مارکوف پیوسته زمان برای داده‌های بدون خاصیت عدم حافظه برقرار نبوده و بایستی مدلی جدید برای این داده‌ها ارائه گردد. در این مقاله به مدل‌بندی سیستم‌هایی با توزیع دلخواه برای توقف در یک وضعیت پرداخته می‌شود.

۲ تعریف و مدل‌سازی سیستم

در این بخش به بررسی سیستم نگهداری و تعمیرات موجود در یک سیستم می‌پردازیم، که در آن از نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، اصلاحی و اساسی استفاده می‌شود. این سیستم طوری طراحی شده که بتوان در آن از نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، اصلاحی و اساسی استفاده کرد. هدف از این مطالعه بهینه سازی هزینه‌های مربوط به نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه برای افزایش در دسترس بودن سیستم است. عملکرد سیستم نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی را می‌توان با استفاده از نمودار در شکل ۱ توضیح داد.

این سیستم ابتدا در وضعیت $S_۱$ بوده، وضعیت $S_۱$ به معنی سالم بودن سیستم و بازدهی حداکثری آن

[2] Maintenance Corrective
[3] Maintenance Preventive



شکل ۱. نمودار تغییر وضعیت سیستم چند وضعیتی مورد مطالعه .

است. اگر مدت ماندن این سیستم در وضعیت S_1 بعد از شروع به کار را با $Y_1^{(1)}$ نشان دهیم، سیستم در لحظه $Y_1^{(1)}$ پس از شروع به کار به وضعیت S_2 می‌رود. این وضعیت معادل با خراب شدن سیستم است، برای جلوگیری از خرابی سیستم می‌توان در زمانی که سیستم در وضعیت S_1 است از نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه که بطور مرتب هر m_1 واحد زمان انجام می‌شود، استفاده کرد. در این جا هر نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در وضعیت S_1 هزینه‌ای معادل با $C_1^{(1)}$ دارد و با کاهش دوره بازدید جهت انجام نگهداری پیشگیرانه، طول عمر سیستم در این وضعیت افزایش می‌یابد. به طور معادل با افزایش تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، طول عمر سیستم در این وضعیت افزایش می‌یابد. جهت سادگی محاسبات در این مقاله فرض بر آن است که به ازای هر نگهداری پیشگیرانه، طول عمر سیستم به میزان $\frac{X_1}{m_1}$ می‌یابد، که در آن X_1 یک متغیر تصادفی نامنفی است. بنابراین اگر $[Z]$ جزء صحیح Z باشد، میزان هزینه صرف شده برای نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه سیستم زمانی در وضعیت S_1 برابر با

$$C_1^{(1)}[\frac{Y_1^{(1)}+\frac{X_1}{m_1}}{m_1}]$$

خواهد بود.

حال اگر سیستم در وضعیت S_2 قرار گیرد فرض بر آن است که در مدت زمان تصادفی $Y_1^{(2)}$ تعمیر می‌شود و هزینه تعمیری معادل با مقدار ثابت $C_2^{(2)}$ دارد. پس از تعمیر سیستم به وضعیت S_3 می‌رود.

طول عمر سیستم در این مرحله بطور تصادفی کمتر از وضعیت $S_۱$ است و اگر مدت زمانی که سیستم در این وضعیت بماند $Y_۱^{(۳)}$ باشد بدان معنی است پس از مدت زمان $Y_۱^{(۳)}$ از لحظه ورود به این وضعیت، سیستم خراب شده و به وضعیت $S_۴$ می‌رود (وضعیت $S_۴$ جهت تعمیر طراحی شده است). بنابراین می‌توان فرض کرد که $Y_۱^{(۳)} <_{st} Y_۱^{(۱)}$ یا بطور معادل $\bar{F}_۱^{(۳)} \leq \bar{F}_۱^{(۱)}$ است که $\bar{F}_۱^{(۱)}$، $\bar{F}_۱^{(۳)}$ به ترتیب تابع بقا متغیرهای تصادفی $Y_۱^{(۱)}$ و $Y_۱^{(۳)}$ می‌باشند. در وضعیت $S_۳$ برای کاهش هزینه مربوط به تعمیر از تعمیر و نگهداری منظم به صورت دوره‌ای با بازه زمانی به مدت $m_۳$ واحد استفاده می‌شود. به طور مشابه فرض کنید که طول عمر سیستم به میزان $\frac{X_۳}{m_۳}$ افزایش می‌یابد که در آن $X_۳$ یک متغیر تصادفی نامنفی است و میزان هزینه ناشی از نگهداری و تعمیر پیشگیرانه برابر با

$$C_۳^{(۱)}[\frac{Y_۱^{(۳)} + \frac{X_۳}{m_۳}}{m_۳}]$$

است که در آن $C_۳^{(۱)}$ هزینه هر نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه است.

اگر سیستم در وضعیت $S_۴$ باشد با صرف هزینه‌ای معادل مقدار ثابت $C_۴^{(۲)}$ و صرف مدت زمان تصادفی برابر با $Y_۱^{(۴)}$ به وضعیت $S_۵$ می‌رود. در وضعیت $S_۵$ طول عمر سیستم بطور تصادفی کمتر از $S_۳$ است. پس از مدت زمان تصادفی $Y_۱^{(۵)}$ سیستم خراب می‌شود ($Y_۱^{(۵)} <_{st} Y_۱^{(۳)}$) و پس از بررسی سیستم تصمیم به اسقاط آن می‌شود و یا بطور اساسی تعمیر خواهد شد بطوریکه عملکرد آن به مقدار اولیه برمی‌گردد. همچنین در وضعیت $S_۵$ برای کاهش خرابی از نگهداری و تعمیر پیشگیرانه منظم به صورت دوره‌ای به مدت $m_۵$ واحد استفاده می‌شود. همچنین مفروض است که طول عمر سیستم به میزان $\frac{X_۵}{m_۵}$ افزایش می‌یابد، که در آن $X_۵$ یک متغیر تصادفی نامنفی است. میزان هزینه تعمیر و نگهداری پیشگیرانه در وضعیت $S_۵$ برابر با

$$C_۵^{(۱)}[\frac{Y_۱^{(۵)} + \frac{X_۵}{m_۵}}{m_۵}]$$

است که در آن $C_۵^{(۱)}$ هزینه هر تعمیر و نگهداری پیشگیرانه می‌باشد.

اگر تصمیم به اسقاط سیستم شود، سیستم به وضعیت $S_۷$ می‌رود و اگر تصمیم به تعمیر اساسی گرفته شود، سیستم به وضعیت $S_۶$ می‌رود و مدت زمان $Y_۱^{(۶)}$ برای تعمیر اساسی گرفته شود، سیستم به وضعیت $S_۶$ می‌رود و مدت زمان $Y_۱^{(۶)}$ برای تعمیر اساسی صرف می‌شود و سپس به وضعیت $S_۱$ باز می‌گردد. در

این حالت مدت زمان ماندن برابر با $Y_۲^{(۱)}$ فرض می‌شود و هزینه نگهداری و تعمیر پیشگیرانه آن برابر با

$$C_۱^{(۱)}[\frac{Y_۲^{(۱)}+\frac{X_۱}{m_۱}}{m_۱}]$$

است. سیستم پس از آن وارد وضعیت $S_۲$ می‌شود و به چرخه خود ادامه می‌دهد. نمادهای زیر در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرند:

S_i: وضعیت iام سیستم را نشان می‌دهد.

n: تعداد دفعاتی که سیستم اجرا می‌شود.

$Y_j^{(i)}$: مدت زمان ماندن در وضعیت i برای jمین مرتبه، $i=۱,\ldots,۵$ و $j=۱,\ldots,n$.

$C_i^{(۱)}$: هزینه مربوط به تعمیر و نگهداری پیشگیرانه در وضعیت i $(i=۱,۳,۵)$.

$C_i^{(۲)}$: هزینه مربوط به تعمیر اصلاحی در وضعیت i $(i=۲,۴,۶)$.

m_i: واحد زمان برای تعمیر و نگهداری پیشگیرانه در وضعیت i $(i=۱,۳,۵)$.

$\frac{X_i}{m_i}$: واحد زمان اضافه شده پس از هر تعمیر و نگهداری پیشگیرانه در وضعیت i $(i=۱,۳,۵)$.

حال با توجه به شکل ۱، می‌توان با استفاده از رابطه زیر میزان هزینه تعمیرات و نگهداری پیشگیرانه سیستم را که با C_{PM} مشخص می‌شود، بدست آورد.

$$\begin{aligned}C_{PM} &= ([\frac{Y_۱^{(۱)}+\frac{X_۱}{m_۱}}{m_۱}]+\ldots+[\frac{Y_n^{(۱)}+\frac{X_۱}{m_۱}}{m_۱}])C_۱^{(۱)}\\ &+([\frac{Y_۱^{(۳)}+\frac{X_۳}{m_۳}}{m_۳}]+\ldots+[\frac{Y_n^{(۳)}+\frac{X_۳}{m_۳}}{m_۳}])C_۳^{(۱)}\\ &+([\frac{Y_۱^{(۵)}+\frac{X_۵}{m_۵}}{m_۵}]+\ldots+[\frac{Y_n^{(۵)}+\frac{X_۵}{m_۵}}{m_۵}])C_۵^{(۱)}\end{aligned}$$

با توجه به رابطه تقریبی

$$[\frac{Y_j^{(i)}+\frac{X_i}{m_i}}{m_i}]\approx\frac{Y_j^{(i)}}{m_i}+\frac{X_i}{m_i^۲}$$

می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} C_{PM} &= \Big(\big(\frac{Y_1^{(1)}}{m_1}+\frac{X_1}{m_1^2}\big)+\ldots+\big(\frac{Y_n^{(1)}}{m_1}+\frac{X_1}{m_1^2}\big)\Big)C_1^{(1)} \\ &+\Big(\big(\frac{Y_1^{(1)}}{m_1}+\frac{X_1}{m_1^2}\big)+\ldots+\big(\frac{Y_n^{(1)}}{m_1}+\frac{X_1}{m_1^2}\big)\Big)C_1^{(1)} \\ &+\Big(\big(\frac{Y_1^{(3)}}{m_3}+\frac{X_3}{m_3^2}\big)+\ldots+\big(\frac{Y_n^{(5)}}{m_5}+\frac{X_5}{m_5^2}\big)\Big)C_5^{(1)}. \end{aligned} \tag{1}$$

در ضمن میزان هزینه مصرفی برای تعمیراتِ اصلاحی سیستم که با C_{CM} مشخص می‌شود، به صورت

$$C_{CM}=n(C_2^{(2)}+C_4^{(2)})+(n-1)C_6^{(2)}. \tag{2}$$

محاسبه می‌شود. در نتیجه هزینه کل تعمیرات سیستم عبارتست از

$$C_T=C_{PM}+C_{CM}. \tag{3}$$

در دسترس بودن[4] سیستم A مدت زمانی است که سیستم برای یک دوره عملکرد مشخص در وضعیت کار بوده است. اگر سیستم چند وضعیتی مانند شکل ۱ باشد، وضعیت‌های S_1، S_3 و S_5 به عنوان وضعیت‌های کار مشخص می‌شوند و در دسترس بودن سیستم مدت زمانی است که سیستم برای یک دوره عملکرد در این وضعیت‌ها قرار دارد. انتظار می‌رود با کاهش بازه زمانی بین دو تعمیر پیشگیرانه طول عمر سیستم در آن وضعیت افزایش یابد. لذا میزان در دسترس بودن سیستم با

$$\begin{aligned} A &= \big(Y_1^{(1)}+\frac{X_1}{m_1}\big)+\ldots+\big(Y_n^{(1)}+\frac{X_1}{m_1}\big)+\big(Y_1^{(3)}+\frac{X_3}{m_{31}}\big)+\ldots \\ &+\big(Y_n^{(3)}+\frac{X_3}{m_3}\big)+\big(Y_1^{(5)}+\frac{X_5}{m_5}\big)+\ldots+\big(Y_n^{(5)}+\frac{X_5}{m_5}\big). \end{aligned} \tag{4}$$

محاسبه می‌شود. همچنین مدت زمانی که سیستم خراب است و در وضعیت کار قرار ندارد را در دسترس

[4] Availability

نبودن[5] سیستم نامیده و به‌صورت

$$UA = Y_{۱}^{۲} + \ldots + Y_{n}^{۲} + Y_{۱}^{(۴)} + \ldots + Y_{n}^{(۴)} + Y_{۱}^{(۶)} + \ldots + Y_{n-۱}^{(۶)}. \qquad (۵)$$

محاسبه می‌شود.

۳ بهینه‌سازی

در این بخش به بهینه‌سازی هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه برای ماکسیمم سازی در دسترس بودن سیستم پرداخته می‌شود. برای این منظور از امید ریاضی این متغیرها مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجا که هزینه نگهداری پیشگیرانه و میزان در دسترس بودن سیستم تصادفی است، برای بهینه سازی امید ریاضی هزینه نگهداری پیشگیرانه را زمانیکه امید ریاضی در دسترس بودن ماکسیمم است، مینیمم شود. بنابراین بطور همزمان بایستی امید ریاضی هزینه نگهداری و تعمیرات مینمم و امید ریاضی در دسترس بودن سیستم ماکسیمم شود. در روش پیشنهادی، ماندن در هر وضعیت می‌تواند از یک توزیع دلخواه پیروی کند. یعنی

$$Y_{j}^{(i)} \overset{i.i.d}{\sim} f_{i}, \qquad i = ۱, \ldots, ۷., j = ۱, \ldots, n.$$

که در آن $f_i(y)$ توزیع طول عمر ماندن در وضعیت i است.

با توجه به رابطه (۱) برای امید ریاضی هزینه نگهداری پیشگیرانه داریم:

$$\begin{aligned} E(C_{PM}) &= n[C_{۱}^{(۱)}(\frac{E(Y_{۱}^{(۱)})}{m_{۱}} + \frac{E(X_{۱})}{m_{۱}^{۲}}) \\ &\quad + C_{۳}^{(۱)}(\frac{E(Y_{۱}^{(۳)})}{m_{۳}} + \frac{E(X_{۳})}{m_{۳}^{۲}}) + C_{۵}^{(۱)}(\frac{E(Y_{۱}^{(۵)})}{m_{۱}} + \frac{E(X_{۵})}{m_{۵}^{۲}})]. \qquad (۶) \end{aligned}$$

با توجه به رابطه (۴)، امید ریاضی در دسترس بودن نیز عبارت است از

$$E(A) = n(E(Y_{۱}^{(۱)}) + \frac{E(X_{۱})}{m_{۱}} + E(Y_{۱}^{(۳)}) + \frac{E(X_{۳})}{m_{۳}} + E(Y_{۱}^{(۵)}) + \frac{E(X_{۵})}{m_{۵}}). \qquad (۷)$$

---

[5] Unavailability

حال با فرض اینکه X_i دارای توزیع نمایی با میانگین $\frac{۱}{\mu_i}$ باشد، امید ریاضی در دسترس بودن به صورت

$$E(A) = n(E(Y_۱^{(۱)}) + \frac{۱}{\mu_۱ m_۱} + E(Y_۱^{(۳)}) + \frac{۱}{\mu_۳ m_۳} + E(Y_۱^{(۵)}) + \frac{۱}{\mu_۵ m_۵}). \qquad (۸)$$

حاصل می‌شود. مینیمم کردن همزمان هزینه نگهداری پیشگیرانه و ماکسیمم کردن در دسترس بودن سیستم با دو روش میسر است:

الف– امید ریاضی هزینه از امید ریاضی در دسترس بودن کم می‌شود و سپس مینیمم شود.

$$E(C_{PM}) - E(A(t)).$$

ب– امید ریاضی در دسترس بودن بر امید ریاضی هزینه تقسیم شود و سپس ماکسیمم شود.

$$\frac{E(A(t))}{E(C_{PM})}.$$

در این مقاله همانند بسیاری از پژوهش‌ها از جمله یوهانگ (۲۰۱۲) از روش دوم برای بهینه سازی استفاده شده و در نهایت m_i بهینه برای $i = ۱, ۳, ۵$ بدست آورده می‌شود.

۴ مطالعه شبیه‌سازی

در این بخش ابتدا الگوریتم شبیه‌سازی سیستم ارائه می‌شود، سپس مثال‌هایی از توزیع‌های متفاوت مطرح خواهد شد.

الگوریتم:

گام۱: $i = ۱$ و $j = ۱$ قرار بده،

گام۲: عدد تصادفی $Y_j^{(i)}$ را از توزیع F_i تولید کن،

گام۳: اگر $i = ۵$ به گام بعد برو، در غیر این صورت $i = i + ۱$ قرار بده و به گام ۲ برو،

گام۴: اگر $j = n$ الگوریتم خاتمه می‌یابد، در غیر اینصورت متغیر تصادفی $Y_j^{(۶)}$ را از توزیع $F_۶$ تولید کن، $j = j + ۱$ و $i = ۱$ قرار بده، به گام ۲ برو،

گام۵: پایان.

مثال ۲: فرض کنید $Y_j^{(i)}$ متغیرهای مستقل و هم توزیع دارای توزیع نمایی باشند،

$$Y_j^{(i)} \overset{i.i.d}{\sim} Exp(\lambda_i),\ i=۱,\ldots,۶,\ j=۱,\ldots,n.$$

از آنجا که در توزیع نمایی $E(Y_j^{(i)})=\frac{۱}{\lambda_i}$ است، امید ریاضی هزینه نگهداری پیشگیرانه با توجه به ۷ برابر است با:

$$\begin{aligned} E(C_{PM}) &= n[C_۱^{(۱)}(\frac{۱}{\lambda_۱ m_۱}+\frac{۱}{\mu_۱ m_۱^۲})+C_۳^{(۱)}(\frac{۱}{\lambda_۳ m_۳}+\frac{۱}{\mu_۳ m_۳^۲}) \\ &+ C_۵^{(۱)}(\frac{۱}{\lambda_۵ m_۵}+\frac{۱}{\mu_۵ m_۵^۲})]. \end{aligned}$$

همچنین امید ریاضی در دسترس بودن در این توزیع بنابر (۸) به صورت

$$E(A)=n(\frac{۱}{\lambda_۱}+\frac{۱}{\mu_۱ m_۱}+\frac{۱}{\lambda_۳}+\frac{۱}{\mu_۳ m_۳}+\frac{۱}{\lambda_۵}+\frac{۱}{\mu_۵ m_۵})$$

بدست می‌آید. در نتیجه می‌توان با بدست آوردن مقادیر پارامترها و با جایگذاری آنها در روابط بالا امیدهای ریاضی هزینه نگهداری و در دسترس بودن را بدست آورد و با استفاده از $E(A)/E(C_{PM})$ و ماکسیمم کردن آن مقادیر m_i بهینه محاسبه شود. در ادامه به شبیه‌سازی سیستم با توزیع نمایی پرداخته می‌شود و با ثابت گرفتن مقادیر هزینه و تغییر زمان بهره برداری، میزان هزینه محاسبه شده در طول دوره عملکرد سیستم را بدست آورده خواهد شد. در اینجا برای n مقادیر ۵، ۱۰ و ۲۰ در جدول ۱ ارائه گردیده‌اند.

مقادیر هزینه پیشگیرانه $C_۱^{(۱)}=۷$، $C_۳^{(۱)}=۶$ و $C_۵^{(۱)}=۵$ و هزینه تعمیر منظم برابر $C_۲^{(۲)}=۸$، $C_۴^{(۲)}=۱۲$ و $C_۶^{(۲)}=۱۵$ در نظر گرفته شده‌اند. با در نظر گرفتن m_iهای متفاوت، مقادیر هزینه تعمیر و نگهداری پیشگیرانه، هزینه و تعمیر اصلاحی، هزینه کل دوره عملکرد و میزان در دسترس بودن و میزان در دسترس نبودن برآورد شده‌اند. در این مدل هر تعمیر و نگهداری اصلاحی به مقدار X_i واحد زمان (که متغیر تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{۱}{\mu_i}$ است) به طول عمر سیستم در وضعیت i اضافه می‌کند. که پارامترهای آنها برابر با $\mu_۱=۰/۴$، $\mu_۳=۰/۵$ و $\mu_۵=۰/۶$ فرض شده است. از آنجا که باید $Y_i^{(۵)} <_{st} Y_i^{(۳)} <_{st} Y_i^{(۱)}$ باشد، مقادیر $\lambda_۱=۰/۱$، $\lambda_۳=۰/۱۵$ و $\lambda_۵=۰/۲$ اختیار شده است تا فرضیات مدل برقرار باشد.

همانطور که به ازای $n=۵$ ملاحظه می‌شود با تغییر m_iها از $m_۱=۱۰$، $m_۳=۶/۲$ و $m_۵=۴$ به

$m_1 = ۸$، $m_3 = ۵/۲$ و $m_5 = ۳/۵$ میزان در دسترس بودن سیستم به میزان ۰/۸ افزایش یافته، در حالی که هزینه کل به میزان ۱۸/۷ افزایش یافته است. همچنین با تغییر مقادیر m_i به $m_1 = ۴$، $m_3 = ۴/۲$ و $m_5 = ۲/۵$ میزان در دسترس بودن ۲/۶ افزایش یافته در حالی که هزینه کل ۷۱/۹ افزایش یافته است.

در حقیقت میزان افزایش در دسترس بودن در این حالت نسبت به حالت قبل $۲/۶/۰/۸ = ۳/۲۵$ برابر شده در حالی که میزان افزایش هزینه $۷۱/۹/۱۸/۷ = ۳/۸۴$ بوده است. ولی به ازای $n = ۱۰$ افزایش در دسترس بودن برابر با $۱۱۰/۴/۳۲/۵ = ۳/۳۹$ بوده است و به ازای $n = ۱۵$ نسبت افزایش در دسترس بودن برابر با $۱۰/۱/۳/۵ = ۲/۸$ می‌باشد در حالی که نسبت افزایش هزینه برابر با $۱۵۴/۷/۶۱/۸ = ۲/۵$ است. این نشان می‌دهد که برای $n = ۱۵$ نسبت افزایش در دسترس بودن سیستم بیش از نسبت افزایش هزینه است، در حالی که این مطلب برای $n = ۵$ و $n = ۱۰$ برقرار نیست. این مثال نشان می‌دهد برای توزیع نمایی مقادیر m_iها تأثیر مستقیم از مقدار n می‌پذیرند.

جدول ۱. برآورد پارامترها براساس نمونه‌های شبیه‌سازی شده از توزیع نمایی

	پارامترها	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
مقادیر واقعی		۰/۱	۰/۳	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲	۰/۲۳
(m_1, m_3, m_5)	n	A	UA		C_{PM}	C_{CM}	C_T
	۵	۱۲۹/۶	۶۰/۳		۹۴/۹	۱۷۵	۲۶۹/۹
(۱۰, ۶/۲, ۴)	۱۰	۱۹۵	۱۰۴/۶		۱۵۱/۲	۳۵۰	۵۰۱/۲
	۱۵	۳۹۹/۵	۱۷۱/۵		۳۰۴/۸	۵۲۵	۸۲۹/۸
	۵	۱۳۰/۴	۶۰/۳		۱۱۳/۶	۱۷۵	۲۸۸/۶
(۸, ۵/۲, ۳/۵)	۱۰	۱۹۷/۱	۱۰۴/۶		۱۸۳/۷	۳۵۰	۵۳۳/۷
	۱۵	۴۰۳	۱۷۱/۵		۳۶۶/۶	۵۲۵	۸۹۱/۶
	۵	۱۳۲/۲	۶۰/۳		۱۶۶/۸	۱۷۵	۳۴۱/۸
(۴, ۴/۲, ۲/۵)	۱۰	۲۰۱/۳	۱۰۴/۶		۲۶۱/۶	۳۵۰	۶۱۱/۶
	۱۵	۴۰۹	۱۷۱/۵		۴۵۹/۵	۵۲۵	۹۸۴/۵

مثال ۳: فرض کنید $Y_j^{(i)}$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع دارای توزیع وایبل باشند،

$$Y_j^{(i)} \overset{i.i.d}{\sim} Weiboul(\alpha_i, \lambda_i),\ i = ۱, \ldots, ۶,\ j = ۱, \ldots, n.$$

در نتیجه تابع چگالی $Y_j^{(i)}$ به صورت $f_i(y) = \frac{\alpha_i}{\lambda_i}(\frac{y}{\lambda_i})^{\alpha_i} \mathrm{e}^{-(y/\lambda_i)^{\alpha_i}}$ با میانگین و امید ریاضی $\mathrm{E}(Y_j^{(i)}) = \lambda_i \Gamma(۱ + \frac{۱}{\alpha_i})$ است. برای این توزیع امید ریاضی هزینه نگهداری پیشگیرانه با توجه به ۷

برابر است با :

$$\begin{aligned} E(C_{pm}) &= n[C_1^{(1)}(\frac{\lambda_1\Gamma(1+\frac{1}{\alpha_1})}{m_1}+\frac{1}{\mu_1 m_1^2})+C_3^{(1)}(\frac{\lambda_3\Gamma(1+\frac{1}{\alpha_3})}{m_3}+\frac{1}{\mu_3 m_3^2}) \\ &+ C_5^{(1)}(\frac{\lambda_5\Gamma(1+\frac{1}{\alpha_5})}{m_5}+\frac{1}{\mu_5 m_5^2})]. \end{aligned}$$

همچنین امید ریاضی در دسترس بودن با جایگذاری در رابطه ۸ برابر است با:

$$\begin{aligned} E(A) &= n[\lambda_3\Gamma(1+\frac{1}{\alpha_3})+\frac{1}{\mu_1 m_1}\lambda_3\Gamma(1+\frac{1}{\alpha_3})+\frac{1}{\mu_3 m_3} \\ &+ \lambda_5\Gamma(1+\frac{1}{\alpha_5})+\frac{1}{\mu_5 m_5}]. \end{aligned}$$

مثال ۴: فرض کنید که $Y_j^{(i)}$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع دارای توزیع پارتو باشند،

$$Y_j^{(i)} \overset{i.i.d}{\sim} Pareto(\alpha_i,\beta_i),\ i=1,\ldots,6,\ j=1,\ldots,n.$$

در نتیجه تابع چگالی $Y_j^{(i)}$ به صورت $f_i(y)=(\alpha_i\beta_i^{\alpha_i})/y^{\alpha+1}$ است، که در آن $Y_j^{(i)}\geq\beta_i$ و هم‌چنین $E(Y_j^{(i)})=(\alpha_i\beta_i)/\alpha_i-1$. لذا با جایگذاری در رابطه (۷) داریم:

$$\begin{aligned} E(C_{pm}) &= n[C_1^{(1)}(\frac{\alpha_1\beta_1}{(\alpha_1-1)m_1}+\frac{1}{\mu_1 m_1^2}) \\ &+ C_3^{(1)}(\frac{\alpha_3\beta_3}{(\alpha_3-1)m_3}+\frac{1}{\mu_3 m_3^2}) \\ &\quad +C_5^{(1)}(\frac{\alpha_5\beta_5}{(\alpha_5-1)m_5}+\frac{1}{\mu_5 m_5^2})] \end{aligned} \qquad (9)$$

همچنین امید ریاضی در دسترس بودن با جایگذاری در رابطه (۸) عبارت است از:

$$E(A)=n[\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha_1-1}+\frac{1}{\mu_1 m_1}+\frac{\alpha_3\beta_3}{\alpha_3-1}+\frac{1}{\mu_3 m_3}+\frac{\alpha_5\beta_5}{\alpha_5-1}+\frac{1}{\mu_5 m_5}].$$

حال با شبیه‌سازی سیستم از توزیع پارتو و با ثابت گرفتن مقادیر هزینه و تغییر دادن زمان بهره‌برداری، میزان هزینه در طول دوره عملکرد سیستم محاسبه می‌شود و نتایج برای n برابر ۵، ۱۰ و ۲۰ در جدول ۲

ارائه شده است. مقادیر هزینه تعمیر پیشگیرانه $C_1^{(1)} = ۸$، $C_3^{(1)} = ۷$ و $C_5^{(1)} = ۶$ و هزینه تعمیرات اصلاحی منظم برابر با $C_2^{(2)} = ۱۰$، $C_4^{(2)} = ۱۵$ و $C_6^{(2)} = ۲۵$ در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن m_iهای متفاوت، مقادیر هزینه تعمیر و نگهداری پیشگیرانه، هزینه و تعمیر اصلاحی، هزینه کل دوره عملکرد و میزان در دسترس بودن و میزان در دسترس نبودن برآورد شده‌اند. در این مدل هر تعمیر و نگهداری اصلاحی به مقدار X_i واحد زمان (که متغیر تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\mu_i}$ است) به طول عمر سیستم در وضعیت i اضافه می‌کند. مقادیر پارامترها به صورت $\lambda_1 = ۰٫۵$، $\lambda_3 = ۰٫۷$ و $\lambda_5 = ۰٫۸$ در نظر گرفته شده شده‌اند.

جدول ۲. برآوردهای پارامترها براساس نمونه‌های شبیه سازی شده از توزیع پارتو

	پارامترها	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
		۳	۳	۳	۲٫۵	۲٫۵	۲
		β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
مقادیر واقعی		۴	۲	۲٫۵	۱٫۵	۲٫۵	۱
(m_1, m_3, m_5)	n	A	UA		C_{PM}	C_{CM}	C_T
	۵	۴۹٫۷	۱۰٫۵		۶۶٫۱	۲۵۰	۳۱۶٫۱
(۶, ۳٫۵, ۳)	۱۰	۷۱٫۴	۲۴٫۱		۱۱۰٫۱	۵۰۰	۶۱۰٫۱
	۱۵	۸۸٫۱	۵۷		۱۴۱٫۵	۷۵۰	۸۹۱٫۵
	۵	۵۰٫۴	۱۰٫۵		۸۰٫۶	۲۵۰	۳۳۰٫۶
(۵, ۳, ۲٫۵)	۱۰	۷۳٫۴	۲۴٫۱		۱۳۴٫۷	۵۰۰	۶۳۴٫۷
	۱۵	۹۱٫۱۲	۵۷		۱۷۳٫۷	۷۵۰	۹۲۳٫۷
	۵	۵۱٫۵	۱۰٫۵		۱۷۱٫۷	۲۵۰	۴۲۱٫۷
(۴, ۲٫۵, ۲)	۱۰	۷۶٫۴	۲۴٫۱		۱۹۸٫۱	۵۰۰	۶۹۸٫۱
	۱۵	۹۵٫۸	۵۷		۱۹۸٫۸	۷۵۰	۹۸۴٫۷

در جدول ۲ برای $n = ۵$ مشاهده می‌شود که با تغییر m_iها از $m_1 = ۶$، $m_3 = ۳٫۵$ و $m_5 = ۳$ به $m_1 = ۵$، $m_3 = ۳$ و $m_5 = ۲٫۵$ میزان در دسترس بودن سیستم به میزان ۰٫۷ افزایش یافته، در حالی که هزینه کل به میزان ۱۴٫۵ افزایش یافته است. همچنین با تغییر مقادیر m_i به $m_1 = ۴$، $m_3 = ۲٫۵$ و $m_5 = ۲$ میزان در دسترس بودن ۱٫۸ افزایش یافته در حالی که هزینه کل ۱۰۵٫۶ افزایش یافته است. میزان افزایش در دسترس بودن در این حالت نسبت به حالت قبل ۱٫۸/۰٫۷ = ۲٫۵۷ برابر شده در حالی که میزان افزایش هزینه ۱۰۵٫۶/۱۴٫۵ = ۷٫۲۸ بوده است. برای $n = ۱۰$ افزایش در دسترس بودن برابر با ۵/۲ = ۲٫۵ است در حالی که نسبت افزایش هزینه برابر با ۸۸/۲۴٫۶ = ۳٫۵۷ بوده است و برای $n = ۱۵$ نسبت افزایش در دسترس بودن برابر با ۷٫۷/۳٫۲ = ۲٫۸ می‌باشد در حالی که نسبت افزایش هزینه برابر با

$۳٫۵۶ = ۹۳٫۳/۲۶٫۲$ است. این نشان دهنده تأثیر n بر m_i دارد.

همان‌طور که در جداول ۱ و ۲ ملاحظه می‌شود، C_{CM} برای nهای ثابت تغییر نمی‌کند. اما C_{PM} با تغییر m_iها تغییر می‌کند. m_iها با C_{PM} رابطه عکس دارند، یعنی با کاهش m_iها C_{PM} افزایش می‌یابد. اما تغییرات n با C_{CM} و C_{PM} در یک جهتند، یعنی با افزایش n، C_{CM} و C_{PM} افزایش پیدا می‌کنند. همچنین میزان در دسترس بودن سیستم (A) با m_iها رابطه عکس دارند، یعنی هر چه m_iها کوچکتر شوند، A بیشتر می‌شود. اما مقدار m_iها تأثیری بر میزان در دسترس نبودن سیستم (UA) نمی‌گذارد.

بهینه‌سازی: سیستمی که در آن ماندن در هر وضعیت از توزیع پارتو پیروی کند، در نظر بگیرید. با توجه به رابطه ۷ امید ریاضی هزینه نگهداری پیشگیرانه و با توجه به رابطه ۸ امید ریاضی در دسترس بودن محاسبه می‌شود. سپس عبارت $E(A)/E(C_{PM})$ را محاسبه کرده و m_iها بهینه بدست می‌آید. در اینجا $C_i^{(1)}$ را مقادیر متفاوتی در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده برای حالت مختلف سیستم در جدول ۳ ارائه شده است.

هزینه نگهداری پیشگیرانه هر وضعیت تأثیر مستقیم بر میزان m_i بهینه آن وضعیت دارد. هر چه $C_i^{(1)}$ بیشتر باشد، m_i بدست آمده بزرگتر است. این بدان دلیل است که هر چه m_i بزرگتر باشد، تعداد نگهداری پیشگیرانه کمتری در آن وضعیت صورت می‌گیرد.

بحث و نتیجه گیری

دراین مقاله، یک روش بهینه نگهداری پیشگیرانه برای سیستمی با ۳ سطح اجرای متفاوت مطالعه شده است. در هر سطح تعمیرات و نگهداری پیشگیرانه‌ای با بازه زمانی مشخص برای افزایش مدت زمان ماندن در وضعیت کار صورت می‌گیرد. پس از آنکه سیستم خراب شد، تعمیرات اصلاحی با میزان هزینه‌ای بیشتر از هزینه نگهداری پیشگیرانه بر روی سیستم انجام و سیستم را به حالت کار با میزان طول عمر کمتر می‌برد. پس از تعداد مشخصی تعمیرات اصلاحی، با توجه به شرایط تصمیم به اسقاط و یا تعمیرات اساسی سیستم به وضعیت ابتدایی بر می‌گردد. در اینجا روشی بهینه برای پیدا کردن بازه زمانی برای نگهداری پیشگیرانه در هر وضعیت ارائه شده است. با توجه به آن هر چه هزینه کمتر باشد، بازه‌های زمانی کوچکتر می‌شوند و این بدان معنی است که تعداد تعمیرات و نگهداری پیشگیرانه بیشتری در آن وضعیت انجام می‌شود.

مدل و روش ارائه شده در این مقاله، کاربردهای گسترده‌ای دارد و می‌توان از آن برای مطالعه سیستم‌های

مکانیکی استفاده کرد.

جدول ۳. نتایج بهینه‌سازی یک سیستم با توزیع پارتو

نمونه	پارامترها						مقادیر بهینه (m_1, m_3, m_5)
اول	α_1	β_1	α_3	β_3	α_5	β_5	
	۵	۰/۱	۸۰	۰/۲	۵۰	۲۳	
	μ_1	μ_2	μ_3	$C_1^{(1)}$	$C_3^{(1)}$	$C_5^{(1)}$	(۲/۷, ۱/۵, ۵)
	۲	۳	۴	۱۰	۵	۳۰	
دوم	α_1	β_1	α_3	β_3	α_5	β_5	
	۵	۰/۱	۸۰	۰/۲	۵۰	۲۳	
	μ_1	μ_2	μ_3	$C_1^{(1)}$	$C_3^{(1)}$	$C_5^{(1)}$	(۱۰, ۱/۵, ۵)
	۲	۳	۴	۱۰۰	۵	۳۰	
سوم	α_1	β_1	α_3	β_3	α_5	β_5	
	۵	۰/۱	۸۰	۰/۲	۴	۷	
	μ_1	μ_2	μ_3	$C_1^{(1)}$	$C_3^{(1)}$	$C_5^{(1)}$	(۴/۱, ۲/۱, ۵)
	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۱۰	۵	۳۰	
چهارم	α_1	β_1	α_3	β_3	α_5	β_5	
	۵	۰/۱	۸۰	۰/۲	۴	۷	
	μ_1	μ_2	μ_3	$C_1^{(1)}$	$C_3^{(1)}$	$C_5^{(1)}$	(۱۰, ۱/۹, ۱/۱)
	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۱۰۰۰	۵	۱	

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از سردبیر، هیئت تحریریه و داوران محترم مجله علوم آماری که با پیشنهادات ارزشمند و گران‌بهای خود باعث بهبود مطالب ارائه شده در این مقاله شدند سپاسگزاری می‌نمایند.

مراجع

Barlow, R,E., and Wu, A.S. (1978), Coherent System with Multi-state Components. *Mathematics of Operation Research*, **3**, 275-281.

El-Neweihi, E, Proschan, F, and Sethuraman, J. (1978), Multistate Coherent System, *Journal of Applied Probability*, **15**, 675-688.

Isaac, W. Nourelfath, M., and Ait-Kadi D.(2010), Performance Evaluation of Multi-state Degraded Systems whit Minimal Repairs and Imperfect Preventive Maintenance. *Reliability Engineering and System Safety*, **95**, 65-69.

Lisnianski, A. and levitin G. (2003), *Multi-state System Reliability, Assessment, Optimization and Applications*. World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd, Singapore.

Murchland, J. (1975), Fundamental Concepts and Relations for Reliability Analysis of Multi-state System, Reliability and Fault tree Analysis. Theoretical and Applied Aspects of System Reliability *Philadelphia*, 581-618.

Nakagawa, T. (2007), *Shock and Damage Models in Reliability Theory*. Springer Press, London.

Nakagawa, T. (2005), *Maintenance Theory of Reliability*. Springer Press, London.

Ross. (1979), Multivalued State Component Sysytems. *Annalys of Probability*, **7**, 379-383.

Tang, D., Makis, V., Jafari, L. and Yu, J. (2015) Optimal Maintanence Policy and Residual Life Estimation for a Slowly Degrading System Subject to Condition Monitoring. *Reliability Engineering and System Safety*, **134**, 198-207.

Traor, M., Chammas, A. and Duviella, E. (2015) Supervisio and Prognosis Architecture Based on Dynamical Classification Method for the Predictive Maintenance of Dynamical Evolving Systems. *Reliability Engineering and System Safety*, **136**, 120-131.

Wang, H.(2002) A Sutvey of Maintenance Policies of Deteriorating Systems. *European Journal of Operational Research*, **139**, 469-489.

Way, K. and Ming, J.Z. (2003) *Optimal Reliability Modeling*. Published Simultaneously in Canada.

Yu-Hung, Ch., Shey-Huie, Sh. and Zhe, George, Zh. (2012) Optimal Maintenance Policy for a System Subject to Damage in a Discrete Time Process. *Reliability Engineering and System Safety*, **103**, 1-10.