مجله علوم آماری، پاییز و زمستان ۱۳۹۶
جلد ۱۱، شماره ۲، ص ۳۴۵ – ۳۵۵
DOI: 10.18869/acadpub.jss.11.2.345

محاسبه سطح دقت حدود تحمل برای طول عمر سیستم‌های k از n

مهران نقی‌زاده قمی و مریم وحیدیان

گروه آمار، دانشگاه مازندران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۰/۹ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۹۶/۹/۲۵

چکیده: فاصله‌های تحمل مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته و به‌طور گسترده‌ای در صنعت به‌کار می‌رود. فاصله تحمل یک فاصله تصادفی است که با یک ضریب اطمینان مشخص، نسبتی از جامعه مورد بررسی را پوشش می‌دهد. در این مقاله، ابتدا حدود تحمل آماری شامل حدود تحمل با پوشش مورد انتظار β و حدود تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ برای طول عمر سیستم‌های k از n با مولفه‌های توزیع‌شده با توزیع نمایی بیان می‌شوند. سپس دقت حدود تحمل و تعداد شکست‌های لازم برای رسیدن به سطح دقت مورد نظر را بر اساس داده‌های سانسور شده نوع دوم محاسبه می‌شوند. در پایان، نتایج به توزیع وایبول تعمیم داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: توزیع نمایی، حدود تحمل، داده‌های سانسور شده نوع دوم.

۱ مقدمه

سیستم‌های k از n به‌طور گسترده‌ای در صنعت به‌کار می‌روند و از همین رو بسیاری از پژوهشگران را واداشته تا به مطالعه و تحقیق در مورد قابلیت اعتماد آن‌ها بپردازند. یک F- سیستم k از n سیستمی است که زمانی از کار می‌افتد که حداقل k مولفه آن از کار بیفتد. همچنین یک G- سیستم k از n سیستمی است که زمانی کار می‌کند که حداقل k مولفه آن کار کنند. بنابراین یک F- سیستم k از n یک G- سیستم $(n-k+۱)$ از n خواهد بود. این سیستم‌ها حالت‌های کلی‌تری از سیستم‌های موازی $(k=n)$ و سیستم‌های سری $(k=۱)$ هستند. برای کاربردی از این سیستم، یک سیستم انتقال نفت را در نظر بگیرید

آدرس الکترونیکی نویسنده مسئول مقاله: مهران نقی‌زاده قمی، m.naghizadeh@umz.ac.ir
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62F25، 62N05

که از نقطه مبدا تا مقصد دارای n ایستگاه پمپاژ با فاصله‌های مساوی از هم است و هر پمپ می‌تواند نفت را تا k پمپ بعدی انتقال دهد. وقتی حداقل k ایستگاه پمپاژ متوالی از کار بیفتد جریان نفت قطع شده و سیستم انتقال نفت اصطلاحا شکست می‌خورد. به‌عنوان مثالی دیگر، یک کمیته با n عضو، پروژه‌ای را رد می‌کند اگر حداقل k عضو کمیته آن را رد کنند. اولین بار چیانگ و نیو (۱۹۸۱) اصطلاح سیستم‌های k از n را به‌کار بردند و به‌دلیل سادگی ساختار، قابلیت اعتماد بالا و به‌صرفه‌بودن اقتصادی، در دهه‌های اخیر، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران از جمله بهر و همکاران (۱۹۹۵)، چن و یونگ (۲۰۰۵)، اگراوال و همکاران (۲۰۰۷)، آماری و همکاران (۲۰۰۹)، برمال‌زن و حیدری (۱۳۹۲) و برمال‌زن و همکاران (۱۳۹۴) قرار گرفته است.

فاصله‌های تحمل آماری[۱] در بسیاری از زمینه‌های کاربردی مانند کنترل کیفیت، داروسازی و قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار می‌گیرند. فاصله تحمل یک فاصله تصادفی است که با یک سطح اطمینان مشخص، نسبتی از جامعه مورد بررسی را در بر می‌گیرد. به عنوان مثال، در بحث کنترل کیفیت کالاها، چنانچه فاصله تحمل به‌دست آمده درون حدود مشخصه‌های فنی قرار بگیرد، با یک اطمینان مشخص می‌توان نتیجه گرفت که حداقل درصد مشخصی از محصولات، مطابق با معیارهای مورد نظر تولید شده‌اند و در نتیجه مورد پذیرش قرار می‌گیرند. برخلاف فاصله‌های اطمینان که اطلاعاتی در مورد پارامتر نامعلوم جامعه در اختیار ما قرار می‌دهند، فاصله‌های تحمل، اطلاعاتی در مورد تمام واحدهای جامعه فراهم می‌کنند. دو نوع از فاصله‌های تحمل مورد توجه بیشتری توسط پژوهشگران قرار گرفته است. فاصله‌های تحمل با پوشش مورد انتظار β و فاصله‌های تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ. فاصله‌های تحمل با پوشش مورد انتظار β فاصله‌های تصادفی هستند که به‌طور متوسط نسبت β از جامعه‌ی مورد بررسی را پوشش می‌دهند، در حالی‌که فاصله‌های تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ، حداقل نسبت β از جامعه را با اطمینان γ پوشش می‌دهند.

فاصله‌های تحمل، همانند فاصله‌های اطمینان برای توزیع‌های گسسته و پیوسته محاسبه می‌شوند. در توزیع‌های گسسته، در جدیدترین تحقیق‌های صورت گرفته، یونگ (۲۰۱۴،۲۰۱۵) فاصله‌های تحمل را برای متغیرهای تصادفی دوجمله‌ای منفی، فوق‌هندسی و فوق‌هندسی منفی فراهم کرد. نقی‌زاده قمی و همکاران (۲۰۱۶) فاصله‌های تحمل تقریبی را برای توزیع پواسون–لیندلی ارائه دادند. در جدیدترین تحقیق‌های صورت گرفته در زمینه فاصله‌های تحمل برای توزیع‌های پیوسته که مورد توجه بیشتری نسبت به توزیع‌های گسسته قرار گرفته است، فرناندر (۲۰۱۴) حدود تحمل بیزی برای طول عمر سیستم‌های k از

---

[۱] Statistical tolerance intervals

n با مولفه‌های نمایی را بر اساس داده‌های سانسورشده فزاینده کلی مورد بررسی قرار داد. میرمصطفائی و همکاران (۲۰۱۶) حدود تحمل را برای زمان‌های تعمیر مینیمال یک سیستم سری با مولفه‌های توزیع‌شده به‌صورت رایلی محاسبه نمودند. نقی‌زاده قمی و کیاپور (۲۰۱۷) و کیاپور و نقی‌زاده قمی (۲۰۱۷) به ترتیب کوتاه‌ترین فاصله‌های تحمل کلاسیک و بیزی با کنترل چندک‌ها در دو دم توزیع نمایی بر اساس داده‌های رکوردی به‌دست آوردند.

یکی از مباحث مورد علاقه در مورد فاصله‌های تحمل این است که در آزمون قابلیت تولیدات جدید، با ضریب از پیش تعیین شده γ، حداقل نسبت β از واحدهای تولیدی، قبل از پایان دوره گارانتی از بین نروند. در این حالت، یک حد تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ براساس داده‌ها می‌تواند برای برآورد دوره‌ی گارانتی به کار رود. فرناندز (۲۰۱۰a) در مقاله‌ای به بررسی مساله تعیین حدود تحمل آماری برای طول عمر سیستم‌های k از n بر اساس داده‌های سانسور شده پرداخت. در این مقاله، بر اساس داده‌های سانسور شده نوع دوم، دقت حدود تحمل ارائه شده را مورد بررسی قرار می‌دهیم. به این منظور، در بخش ۲، قابلیت اعتماد سیستم‌های k از n با مولفه‌هایی نمایی معرفی می‌شود. دقت حدود تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ در بخش ۳ و حدود تحمل با پوشش مورد انتظار β در بخش ۴ مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در بخش ۵ نتایج به توزیع وایبول تعمیم داده می‌شود. در پایان، به بحث و نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

۲ قابلیت اعتماد سیستم‌های k از n

فرض کنید T نمایانگر طول عمر یک سیستم k از n متشکل از n مولفه مستقل با توزیع نمایی باشد. همچنین فرض کنید متغیر تصادفی X زمان شکست یک مولفه دارای توزیع نمایی با تابع چگالی به‌صورت

$$g(x;\theta) = \frac{1}{\theta}\exp(-\frac{x}{\theta}), \quad x > 0,$$

و تابع توزیع به‌صورت

$$G(x) = 1 - \exp(-\frac{x}{\theta}), \quad x > 0.$$

باشد. تابع چگالی طول عمر سیستم، T، به‌صورت

$$\begin{aligned} f(t) &= k\binom{n}{k}\{G(t)\}^{k-1}\, g(t)\, \{1-G(t)\}^{n-k} \\ &= \frac{k\binom{n}{k}\{1-\exp(-t/\theta)\}^{k-1}}{\theta\exp\{(n-k+1)t/\theta} \end{aligned}$$

تعریف می‌شود. با توجه به این‌که $T \geq t$ اگر و تنها اگر حداکثر $k-1$ مولفه قبل از زمان t دچار شکست شوند، بنابراین قابلیت سیستم در زمان t برابر است با

$$\begin{aligned} R(t) = Pr(T \geq t) &= \sum_{i=0}^{k-1}\binom{n}{i}\{G(t)\}^{i}\{1-G(t)\}^{n-i} \\ &= \sum_{i=0}^{k-1}\frac{\binom{n}{i}\{1-\exp(-t/\theta)\}^{i}}{\exp\{(n-i)t/\theta\}}. \end{aligned}$$

برای ساخت حدود تحمل طول عمر سیستم، فرض کنید N مولفه در آزمایش قرار می‌گیرند و $X_{1:N}, ..., X_{r:N}$ مشاهدات سانسورشده نوع دوم از راست باشند $(r \leq N)$. تابع چگالی $\mathbf{X} = (X_{1:N}, ..., X_{r:N})$ برابر

$$h(\mathbf{x}) = \binom{N}{r}\theta^{-r}\exp(-w/\theta),$$

است، که در آن w مقدار مشاهده شده $W = \sum_{i=1}^{r} X_{i:N} + (N-r)X_{r:N}$ است. برآورد ماکسیمم درستنمایی θ جواب یکتای معادله $\frac{\partial \ln h(\mathbf{x})}{\partial\theta}$ به صورت $\hat{\theta} = W/r$ است. همچنین $2W/\theta$ دارای توزیع کی‌دو با $2r$ درجه آزادی می‌باشد.

۳ حدود تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ

فرض کنید $\mathbf{x} = (x_{1:N}, ..., x_{r:N})$ داده‌های مشاهده شده باشند و $\beta, \gamma \in (0, 1)$. آماره‌ی $L_{\beta,\gamma} = L_{k:n;\beta,\gamma}(\mathbf{x})$ را یک حد پایین تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ برای طول عمر سیستم گویند

اگر

$$P[\int_{L_{\beta,\gamma}}^{\infty} f(t)dt \geq \beta] = Pr[R(L_{\beta,\gamma}) \geq \beta] = \gamma. \quad (۱)$$

با توجه به (۱) با اطمینان ۱۰۰γ درصد می‌توان تضمین کرد که حداقل ۱۰۰β درصد از طول عمرهای سیستم از $L_{\beta,\gamma}$ بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، با اطمینان ۱۰۰γ درصد، احتمال این‌که مشاهده آینده T از $L_{\beta,\gamma}$ بیشتر شود، حداقل برابر β است.

فرناندز (۲۰۱۰a) حد پایین تحمل با میزان پوشش β و سطح اطمینان γ برای طول عمر سیستم را به‌صورت

$$L_{k:n;\beta,\gamma} = \frac{۲C_{k:n;۱-\beta}}{\chi^{۲}_{۲r;\gamma}} W, \quad (۲)$$

به‌دست آورد، که در آن

$$C_{k:n;۱-\beta} = \ln\{۱ + \frac{kF_{۲k,۲(n-k+۱);۱-\beta}}{n-k+۱}\},$$

و $\chi^{۲}_{۲r;\gamma}$ چندک γام توزیع کی‌دو با $۲r$ درجه آزادی و $F_{۲k,۲(n-k+۱);۱-\beta}$ چندک $(۱-\beta)$ام توزیع F با $۲k$ و $۲(n-k+۱)$ درجه آزادی است.

فالکنبری و ویکس (۱۹۶۸) به‌منظور اندازه‌گیری دقت فاصله‌های تحمل از احتمال این‌که یک فاصله، نسبت $\beta' \in (\beta, ۱)$ را بپوشاند، استفاده کردند. فرناندز (۲۰۱۰b) معیار دقت را برای فاصله‌های تحمل دو طرفه در توزیع نمایی به‌کار برد. سطح دقت حد پایین تحمل در $\beta' \in (\beta, ۱)$ به‌صورت

$$A_{\beta,\gamma}[\beta'] = Pr[\beta \leq R(L_{\beta,\gamma}) < \beta' | R(L_{\beta,\gamma}) \geq \beta],$$

تعریف می شود، که در آن $R(L_{\beta,\gamma})$ پوشش فاصله‌ی تصادفی $(L_{\beta,\gamma}, +\infty)$ است. با توجه به تعریف، سطح دقت را می‌توان به‌صورت

$$A_{\beta,\gamma}[\beta'] = \frac{Pr[\beta \leq R(L_{\beta,\gamma}) < \beta']}{\gamma},$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{Pr[R(L_{\beta,\gamma} > \beta)] - Pr[R(L_{\beta,\gamma} > \beta')]}{\gamma}, \\
&= \frac{\gamma - Pr[\frac{L_{\beta,\gamma}}{\theta} < C_{k:n;1-\beta'}]}{\gamma}, \\
&= 1 - \frac{Pr[\frac{2W}{\theta} < \frac{2WC_{k:n;1-\beta'}}{L_{\beta,\gamma}}]}{\gamma}, \\
&= 1 - \frac{Pr[\chi^2_{2r} < \frac{\chi^2_{2r;\gamma}C_{k:n;1-\beta'}}{C_{k:n;1-\beta}}]}{\gamma},
\end{aligned}
$$

محاسبه کرد، که در آن آخرین تساوی با توجه به $2W/\theta \sim \chi^2_{2r}$ و رابطه (۲) به‌دست آمده است. از سطح دقت محاسبه شده می‌توان برای تعیین مقدار r بهینه استفاده کرد. جدول ۱ سطوح دقت حد پایین تحمل را به ازای $\gamma = ۰/۹۵$، $\beta' = ۰/۹۵$، $\beta = ۰/۹$ و مقادیر انتخابی k، n و r نشان می‌دهد. برای مثال، به ازای $k = ۲$ و $n = ۳$، برای رسیدن به سطح دقتی به اندازه حداقل ۸۰ درصد نیاز به مشاهده حداقل $r = ۴۰$ شکست است.

جدول ۱. سطوح دقت حد پایین تحمل به ازای $\gamma = ۰/۹۵$، $\beta' = ۰/۹۵$، $\beta = ۰/۹$

	$k = ۲$			$k = ۴$		
r	$n = ۲$	$n = ۳$	$n = ۴$	$n = ۲$	$n = ۳$	$n = ۴$
۵	۰/۲۳۴۳	۰/۲۳۲۳	۰/۲۳۱۸	۰/۱۲۰۷	۰/۱۱۶۷	۰/۱۱۵۵
۱۰	۰/۳۷۰۷	۰/۳۶۷۶	۰/۳۶۶۸	۰/۱۸۷۲	۰/۱۸۰۸	۰/۱۷۸۷
۱۵	۰/۴۸۴۲	۰/۴۸۰۳	۰/۴۷۹۴	۰/۲۴۶۳	۰/۲۳۷۷	۰/۲۳۵۹
۲۰	۰/۵۷۹۳	۰/۵۷۵۱	۰/۵۷۴۰	۰/۳۰۰۹	۰/۲۹۰۴	۰/۲۸۷۰
۳۰	۰/۷۲۴۶	۰/۷۲۰۳	۰/۷۱۹۳	۰/۳۹۹۸	۰/۳۸۶۰	۰/۳۸۱۶
۴۰	۰/۸۲۳۱	۰/۸۱۹۳	۰/۸۱۸۳	۰/۴۸۶۶	۰/۴۷۰۷	۰/۴۶۵۵
۵۰	۰/۸۸۸۲	۰/۸۸۵۱	۰/۸۸۴۳	۰/۵۶۷۹	۰/۵۴۵۴	۰/۵۳۹۸
۶۰	۰/۹۳۰۲	۰/۹۲۷۹	۰/۹۲۷۳	۰/۶۲۹۱	۰/۶۱۱۰	۰/۶۰۵۱

۴ حدود تحمل با پوشش مورد انتظار β

با فرض مشاهده‌ی $\mathbf{x} = (x_{1:N}, ..., x_{r:N})$ و $\beta \in (0,1)$، آماره‌ی $L_\beta = L_{k:n;\beta}(\mathbf{x})$ را یک حد پایین تحمل با پوشش مورد انتظار β برای طول عمر سیستم گویند اگر

$$E[\int_{L_\beta}^{\infty} f(t)dt] = E[R(L_\beta)] = \beta. \quad (3)$$

رابطه‌ی (۳) بیان می‌کند که احتمال این‌که مشاهده‌ی آینده T بیشتر از L_β شود، به طور متوسط برابر β است. فرناندز (۲۰۱۰a) نشان داد حد پایین تحمل با پوشش مورد انتظار β برای طول عمر سیستم برابر با $L_\beta = b_\beta W$ است که در آن b_β از حل معادله غیرخطی زیر به‌دست می‌آید

$$\sum_{i=0}^{k-1} \frac{(-1)^i k \binom{k-1}{i}\binom{n}{k}}{(n-k+1+i)(1+(n-k+1+i)b_\beta)^i} = \beta.$$

سطح دقت حد پایین تحمل پوشش مورد انتظار β در $\varepsilon \in (0, \min(\beta, 1-\beta))$ به‌صورت

$$A_\beta[\varepsilon] = Pr[|R(L_\beta) - \beta)| < \varepsilon]$$

تعریف می شود، که در واقع احتمال این است که پوشش فاصله $(L_\beta, +\infty)$ شامل $(\beta-\varepsilon, \beta+\varepsilon)$ شود. به عبارت دیگر $A_\beta[\varepsilon]$ میزان پایایی $R(L_\beta)$ را پیرامون مقدار مورد انتظار β با ماکسیمم تغییر ε اندازه‌گیری می‌کند. با کمی محاسبات ساده داریم

$$\begin{aligned}
A_\beta[\varepsilon] &= Pr[R(L_\beta) > \beta - \varepsilon] - Pr[R(L_\beta) > \beta + \varepsilon] \\
&= Pr[\frac{L_\beta}{\theta} < C_{k:n;1-\beta+\varepsilon}] - Pr[\frac{L_\beta}{\theta} < C_{k:n;1-\beta-\varepsilon}] \\
&= Pr[\frac{2W}{\theta} < \frac{2WC_{k:n;1-\beta+\varepsilon}}{L_\beta}] - Pr[\frac{2W}{\theta} < \frac{2WC_{k:n;1-\beta-\varepsilon}}{L_\beta}] \\
&= Pr[\chi^2_{2r} < \frac{2C_{k:n;1-\beta+\varepsilon}}{b_\beta}] - Pr[\chi^2_{2r} < \frac{2C_{k:n;1-\beta-\varepsilon}}{b_\beta}].
\end{aligned}$$

جدول ۲ سطوح دقت حد پایین تحمل را به ازای $\beta = 0/9$، $\varepsilon = 0/05$ و مقادیر انتخابی k، n و r نشان می‌دهد. از جدول ۲ به ازای $k = 2$ و $n = 3$، برای رسیدن به سطح دقتی به اندازه حداقل ۹۰

درصد نیاز به مشاهده حداقل $r = 30$ شکست است.

جدول ۲. سطوح دقت حد پایین تحمل به ازای $\beta = 0/9$، $\varepsilon = 0/05$

r	$k=2$, $n=2$	$k=2$, $n=3$	$k=2$, $n=4$	$k=4$, $n=2$	$k=4$, $n=3$	$k=4$, $n=4$
۵	۰٫۵۳۰۵	۰٫۵۲۷۶	۰٫۵۲۶۸	۰٫۳۵۲۴	۰٫۳۴۳۳	۰٫۳۴۰۴
۱۰	۰٫۶۹۴۷	۰٫۶۹۱۶	۰٫۶۹۰۸	۰٫۴۸۸۲	۰٫۴۷۷۰	۰٫۴۷۳۴
۱۵	۰٫۷۸۸۵	۰٫۷۸۵۶	۰٫۷۸۴۹	۰٫۵۷۹۸	۰٫۵۶۷۸	۰٫۵۶۳۹
۲۰	۰٫۸۴۳۰	۰٫۸۴۵۶	۰٫۸۴۵۰	۰٫۶۴۸۱	۰٫۶۳۵۸	۰٫۶۳۱۸
۳۰	۰٫۹۱۶۴	۰٫۹۱۴۴	۰٫۹۱۳۹	۰٫۷۴۴۱	۰٫۷۳۲۲	۰٫۷۳۸۲
۴۰	۰٫۹۵۱۰	۰٫۹۴۹۶	۰٫۹۴۹۲	۰٫۸۰۸۲	۰٫۷۹۷۰	۰٫۷۹۷۶
۵۰	۰٫۹۷۰۱	۰٫۹۶۹۰	۰٫۹۶۸۷	۰٫۸۵۳۱	۰٫۸۴۳۰	۰٫۸۳۹۷
۶۰	۰٫۹۸۱۱	۰٫۹۸۰۴	۰٫۹۸۰۱	۰٫۸۸۵۷	۰٫۸۷۶۷	۰٫۸۷۳۶

۵ تعمیم نتایج به توزیع طول عمر وایبول

نتایج به‌دست آمده برای مدل نمایی در بخش‌های قبل را می‌توان به توزیع‌های طول عمر مانند وایبل تعمیم داد. فرض کنید $\mathbf{Y} = (Y_{1:N}, ..., Y_{r:N})$ نمونه سانسور شده و $X = \Phi(Y)$ دارای توزیع نمایی با پارامتر θ باشد. اگر $\Phi(.)$ تابعی صعودی باشد، آنگاه $\Phi^{-1}(L_{k:n;\beta,\gamma}(\mathbf{x}))$ حد پایین تحمل برای طول عمر T_Y است. از طرف دیگر، اگر $\Phi(.)$ تابعی نزولی باشد، آنگاه $\Phi^{-1}(L_{k:n;1-\beta,1-\gamma}(\mathbf{x}^*))$ حد پایین تحمل برای طول عمر T_Y است که در آن $\mathbf{x}^* = (\Phi(Y_{r:N}), ..., \Phi(Y_{1:N}))$ است. در یک حالت خاص اگر Y دارای توزیع وایبول $W(\delta, \alpha)$ با تابع چگالی

$$f(y|\delta, \alpha) = \frac{\alpha}{\delta}(\frac{y}{\delta})^{\alpha-1} e^{-(\frac{y}{\delta})^{\alpha}}, \alpha > 0,\ \delta > 0,$$

باشد، که در آن $\alpha > ۰$ معلوم است، آن‌گاه $X = Y^\alpha$ دارای توزیع نمایی با پارامتر δ^α است. بنابراین با توجه به رابطه (۲) حد پایین تحمل با میزان پوشش β و ضریب اطمینان γ برای طول عمر برابر است با

$$[\frac{۲C_{k:n,۱-\beta}}{\chi^۲_{۲r,\gamma}}(\sum_{i=۱}^{r} Y^\alpha_{i:N} + (N-r)Y^\alpha_{r:N})]^{۱/\alpha}.$$

همچنین با توجه به مباحث بخش ۴، حد پایین تحمل با پوشش موردانتظار β برای طول عمر برابر است با

$$b_\beta[\sum_{i=۱}^{r} Y^\alpha_{i:N} + (N-r)Y^\alpha_{r:N})]^{۱/\alpha}.$$

بحث و نتیجه‌گیری

بر اساس داده‌های سانسور شده حاصل از توزیع نمایی، سطوح دقت برای حدود پایین تحمل آماری برای طول عمر سیستم k از n به‌دست آورده شد. نتایج با استفاده از بسته نرم‌افزاری Maple نسخه ۱۷ در جدول‌های ۱ و ۲ خلاصه شده‌اند. از این جداول می‌توان برای به‌دست آوردن تعداد شکست‌های لازم برای رسیدن به سطح دقت مورد نظر استفاده کرد. همچنین نتایج به توزیع طول عمر وایبل تعمیم داده شد. یکی از موضوعات مورد علاقه با توجه به در نظر گرفتن هزینه آزمایش‌ها، مساله تعیین حجم نمونه بهینه $(r \leq N)$ با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی است که توسط نویسندگان مقاله در حال بررسی است.

قدردانی و تشکر

نویسندگان مقاله از نظرات ارزشمند داوران و ویراستار محترم مجله که باعث بهبود کیفیت مقاله شدند، تشکر و قدردانی می‌نمایند.

مراجع

برمال‌زن، ق.، حیدری، ع. (۱۳۹۲)، نتایجی جدید در مقایسه تصادفی سیستم‌های $(n-۱)$ از n، مجله علوم آماری ایران، ۷، ۲۵-۴۴.

برمال‌زن، ق.، حیدری، ع. و معصومی‌فر، خ. (۱۳۹۴)، مقایسه تصادفی سیستم‌های سری و موازی در مدل مقیاس مجله علوم آماری ایران، ۹، ۱۸۹-۲۰۶.

Agarwal, M., Sen, K. and Mohan, P. (2007), GERT Analysis of m-Consecutive-k-out-of-n Systems, *IEEE Trans. Reliability*, **56**, 26-34.

Amari, V. Zuo, M. J. and Dill, G. (2009), A Fast and Robust Reliability Evaluation Algorithm for Generalized Multi-state k-out-of-n Systems, *IEEE Trans. Reliability*, **58**, 88-97.

Behr, A., Camarinopoulos, L. and Pampoukis, G. (1995), Domination of k-out-of- n Systems, *IEEE Trans. Reliability*, **44**, 705-708.

Chen, Y. and Yang, Q. (2005), Reliability of Two-stage Weighted k-out-of-n Systems with Components in Common, *IEEE Trans Reliability,* **54**, 431-440.

Chiang, D. and Niu, S. (1981), Reliability of a Consecutive k-out-of-n: F System. *IEEE Trans Reliability*, **30**, 87-89.

Faulkenberry, G. D. and Weeks, D. L. (1968), Sample Size Determination for Tolerance Limits, *Technometrics*, **10**, 343-348.

Fernandez, A. J. (2010a), Tolerance Limits for k-out-of-n Systems with Exponentially Distributed Component Lifetimes, *IEEE Trans. Reliability*, **59**, 331-337.

Fernandez, A. J. (2010b), Two-sided Tolerance Intervals in the Exponential Case: Corrigenda and Generalizations, *Computatinal Statistics and Data Analysis*, **54**, 151-162.

Fernandez, A. J. (2014), Computing Tolerance Limits for the Lifetime of a k-out-of-n : F System Based on Prior Information and Censored Data, *Applied Mathematical Modelling*, **38**, 548-561.

Kiapour, A. and Naghizadeh Qomi, M. (2017), Equal-tailed and Shortest Bayesian Tolerance Intervals Based on Exponential k-Records, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, **46**, 3949-3959.

MirMostafaee, S. M. T. K., Naghizadeh Qomi, M. and Fernandez, A. J. (2016), Tolerance Limits for Minimal Repair Times of a Series System with Rayleigh Distributed Component Lifetimes, *Applied Mathematical Modelling*, **40**, 3153-3163.

Naghizadeh Qomi, M. and Kiapour, A. (2017), Shortest Tolerance Intervals Controlling both Tails of the Exponential Distribution based on Record Values, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, **46**, 271-279.

Naghizadeh Qomi, M., Kiapour, A. and Young, D. S. (2016), Approximate Tolerance Intervals for the Discrete Poisson-Lindley Distribution, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **86**, 841-854.

Young, D. S. (2014), A Procedure for Approximate Negative Binomial Tolerance Intervals, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **84**, 438-450.

Young, D. S. (2015), Tolerance Intervals for Hypergeometric and Negative Hypergeometric Variables, *Sankhya, The Indian Journal of Statistics, Series B*, **77**, 114-140.