



Evaluating Systemic Risk with Conditional Value at Risk and Vine Copulas in the Iranian Banking Network

Mohebbi, S.¹, Mohammadian Mosammam, A.²

¹Department of Mathematics , University of Zanjan, Zanjan, Iran.

²Department of Statistics, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

Corresponding author: A. Mohammadian Mosammam, a.m.mosammam@znu.ac.ir

Received: 14/3/2024 Revised: 27/3/2025 Accepted and Published Online: 29/3/2025.

Introduction

Financial risk arises when a bank's asset market value falls below its liabilities, leading to default. Systemic risk is the likelihood of a widespread financial crisis that disrupts economic and social stability. This risk often stems from various interconnected risks, such as market, credit, and operational risks, which amplify vulnerability during crises. So, identifying and assessing systemic risk is crucial for enhancing the financial stability of the banking system. The Basel II framework introduced "Value at Risk" (VaR) to assess market risk, but it could not fully identify systemic risk due to its inability to analyze interdependencies among banks. Post the 2008 financial crisis, the Basel III framework emphasized stronger governance and systemic risk management. Researchers have proposed measures like Systemic Expected Shortfall (SES), Marginal Expected Shortfall (MES), and Conditional Value at Risk (CoVaR) to quantify systemic risk and assess spillover effects among financial institutions.

Material and Methods

In this article, five time series are considered for the simulation study. The initial parameters are selected so that the left-tail thickness, the impact of past shocks and past variances on the current conditional variance, and the asymmetric effect of shocks on the conditional variance are met. This is intended to demonstrate the high persistence of negative shocks in financial time series. The relevant results have been reported. The pair copulas were selected according to the criterion of the lowest BIC. For Iranian bank data, given the presence of missing values during the study period, the Kalman

filter was interpolating these values. After preprocessing the data related to Iranian banks, the conditional mean and conditional variance are modeled using the Autoregressive Moving Average and Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity models, respectively. At least, the systemic risk of the banks is calculated based on the CoVaR measure, as introduced by Reboredo and Ugolini (2016). The dependency structure among banks is modeled through a hierarchical tree structure called a vine copula function(Here we apply C-Vine). This hierarchical dependency structure allows for evaluating the risk a bank may transmit directly or indirectly to other banks. The hierarchical framework is broken down into bivariate copula functions (pair copulas) to model the dependency between two variables. Vine copula functions, marginal distributions, and multivariate dependency structures are modeled separately.

Results and Discussion

Initially, a simulation study was conducted to explain the models used. Subsequently, the article's main objective was to apply these models to analyze real data from the Iranian banking system, using data from 17 banks. The results of the CoVaR metric in the first stage indicate that Bank Tejarat has the highest systemic risk. In the subsequent stages, the hierarchy of risk contagion was evaluated and calculated.

Conclusion

As a result, it is necessary to address the associated risks by determining appropriate capital adequacy requirements or implementing preventive policies to prevent risk transmission to other banks and ultimately to the Central Bank and the government, thereby averting a widespread financial crisis.

Keywords: Systemic Risk, CoVaR, GARCH, Vine Copula.

Mathematics Subject Classification (2010): 97M30, 62P05.



©The Author(s). The Publisher is Iranian Statistical Society.

This is an open access article distributed under the terms and conditions of [CC BY-NC 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

ارزیابی ریسک سیستمی با روش ارزش در معرض خطر شرطی و توابع مفصل خوشه‌ای در نظام بانکی ایران

سمیه محبی^۱ و علی محمدیان مصمم^۲

^۱گروه ریاضی، دانشگاه زنجان

^۲گروه آمار، دانشگاه زنجان

نویسنده مسئول: علی محمدیان مصمم، a.m.mosammam@znu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۴ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۱/۷ تاریخ پذیرش و انتشار: ۱۴۰۴/۱/۹

چکیده: شناسایی و ارزیابی ریسک سیستمی، برای افزایش ثبات مالی نظام بانکی اهمیت زیادی دارد. بدین منظور، در این مقاله از روش ارزش در معرض خطر شرطی، جهت ارزیابی ریسک سیستمی برای داده‌های نظام بانکی ایران استفاده شده است که در آن میانگین شرطی و واریانس شرطی به ترتیب با مدل‌های اتورگرسیو میانگین متحرک و اتورگرسیو مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته مدل‌سازی شده‌اند. داده‌های مورد مطالعه قیمت روزانه سهام ۱۷ بانک ایران، در بازه زمانی ۱۹ فروردین ۱۳۹۸ تا ۱۱ اردیبهشت ۱۴۰۲ است که شامل مقادیر گمشده در برخی بازه‌های زمانی است. درونیابی مقادیر گمشده، با رهیافت صافی کالمن انجام شده است. از توابع مفصل خوشه‌ای که ساختار درختی سلسله مراتبی دارند، برای تشریح وابستگی غیرخطی و سلسله مراتب سرایت ریسک سیستمی بانک‌های مورد مطالعه استفاده شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که بانک تجارت دارای بیشترین ریسک سیستمی است. افزایش ریسک سیستمی علاوه بر وقوع بحران مالی، آثار نامطلوبی بر عملکرد اقتصاد کلان دارد. این نتایج می‌تواند به پیش‌بینی و کاهش اثرات بحران‌های مالی و مدیریت آن کمک شایانی کند.

واژه‌های کلیدی: ریسک سیستمی، ارزش در معرض خطر شرطی، مدل اتورگرسیو مشروط بر ناهمسانی واریانس و توابع مفصل خوشه‌ای

کد موضوع بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62P05 ، 97M30



©نویسندگان). ناشر انجمن آمار ایران است.

این مقاله با دسترسی آزاد تحت شرایط و ضوابط (CC BY-NC 4.0) توزیع شده است.

۱ مقدمه

ریسک مالی، زمانی رخ می‌دهد که ارزش بازاری دارایی‌های یک بانک کمتر از ارزش بازاری بدهی‌های آن شود. در این حالت، بانک قادر به پرداخت کامل و به موقع به سپرده‌گذاران و بدهکاران خود نیست و به اصطلاح دچار نکول می‌شود (بنستون و کافمن، ۱۹۸۶). ریسک سیستمی به احتمال وقوع بحرانی گسترده و عمیق در سیستم مالی گفته می‌شود که می‌تواند منجر به اختلال در عملکرد اقتصادی و اجتماعی کلان شود. این ریسک، می‌تواند از ترکیب و تقویت ریسک‌های مختلفی مانند ریسک بازار، ریسک اعتباری، ریسک عملیاتی و ... ناشی شود. این ریسک‌ها معمولاً به صورت جداگانه در نظر گرفته می‌شوند، اما در شرایط بحرانی، با هم ارتباط پیدا می‌کنند و باعث افزایش آسیب‌پذیری و آشفتگی سیستم مالی می‌شوند. ریسک سیستمی با توسعه بازارهای مالی، تغییرات قوانین و مقررات و رفتار جمعی شرکت‌کنندگان در بازار تحت تأثیر قرار می‌گیرد و گاهی اوقات به دلیل انحراف از قوانین یا سوءاستفاده از آنها^۱ افزایش می‌یابد (اسماگا، ۲۰۱۴). ریسک سیستمی و اثرات زنجیره‌ای آن، که پیش از آغاز بحران مالی جهانی (نظیر فروپاشی بانک برادران لمن در آمریکا و بحران بدهی اروپا در سال ۲۰۰۸) نیز وجود داشت، ناگهان با تشدید اثرات منفی خود، توجه محققان را به بررسی ماهیت این پدیده‌ها و یافتن راهکارهایی برای کاهش آن‌ها جلب کرد (اسماگا، ۲۰۱۴). طبق تئوری پورتفولیو، هر نوع ریسکی می‌تواند نوع دیگری از ریسک را خنثی کند و پذیرش هر ریسکی می‌تواند میزان ریسک دیگر را کاهش دهد (بنستون و کافمن، ۱۹۸۶). در نتیجه به دلیل اثرات گسترده‌ای که ریسک سیستمی بر نظام مالی دارد؛ شناسایی، ارزیابی و مدیریت آن اهمیت پیدا می‌کند.

ارزش در معرض خطر^۲ (VaR)، یک معیار ریسک کمی مرسوم است که حداکثر ضرر را در سطح اطمینان خاصی اندازه‌گیری می‌کند و توسط توافق بازل II به عنوان معیاری ارجح برای ریسک بازار معرفی شد. توافقنامه‌های بازل II و بازل III، استانداردهای بین‌المللی برای نظارت بر سلامت مالی بانک‌ها هستند که توسط کمیته نظارت بر بانکداری بازل تدوین شده‌اند. با این حال، به طور کامل قادر به شناسایی ریسک سیستمی نیست، چرا که نمی‌تواند وابستگی بین بانک‌ها را تجزیه و تحلیل کند. آقامحمدی و سجودی (۱۳۹۵) از معیار VaR و $AVaR$ برای ارزیابی ریسک بازاری یک شرکت استفاده کردند. در بحران وام مسکن آمریکا در سال ۲۰۰۸، کمیته نظارت بانکی بازل توافقنامه‌های خود را تجدید نظر کرد تا بر حاکمیت قوی و مدیریت ریسک تمرکز بیشتری داشته باشد. به همین دلیل، بازل III برای کنترل ریسک سیستمی کل سیستم مالی راه‌اندازی شد. الزامات اضافی‌ای را برای شناسایی بانک‌های مهم در معرض ریسک سیستمی اعمال کرد و خواستار ارزیابی وابستگی ریسک متقابل در میان بانک‌ها شد (کیلیبر و وانگ، ۲۰۲۲). ریسک سیستمی با نکول یک بانک در شبکه بانکی آغاز می‌شود و اثرات مخرب آن دومینوار به کل سیستم سرایت می‌کند. این نوع از ریسک یکی از مواردی است که در سطح کلان قابل بررسی است. از این رو، اندازه‌گیری ریسک سیستمی به عنوان معیاری از نقص عملکرد نظام مالی اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند.

^۱ Arbitrage^۲ Value at Risk

هانگ و همکاران (۲۰۰۹) شاخص ریسک سیستمی معرفی کردند که در آن بحران مالی سیستمی با توجه به قیمت سوآپ نکول اعتباری^۱ (CDS) محاسبه می‌شود. **سگوویانو و گودهارت (۲۰۰۹)** با استفاده از داده‌های سوآپ نکول اعتباری، شاخصی برای ثبات بانکی طراحی کردند که وابستگی بین بانک‌ها را در مواجهه با اتفاقات دمی مورد ارزیابی قرار می‌دهد. **آدرین و برانرمر (۲۰۱۱)** ارزش در معرض خطر شرطی^۲ (CoVaR) را به عنوان یک اندازه ریسک جدید برای ریسک سیستمی پیشنهاد دادند. اندازه *CoVaR* سرریزهای ریسک ممکن بین مؤسسات مالی را از طریق اطلاعات مربوط به *Var* آن سیستم مالی، مشروط بر اینکه یک مؤسسه مالی خاص در بحران باشد، ارزیابی می‌کند. **آچارا و همکاران (۲۰۱۳)** کمبود مورد انتظار سیستمی^۳ و کمبود مورد انتظار حاشیه‌ای^۴ را به عنوان شاخص‌هایی برای اندازه‌گیری ریسک نزولی و سهم مؤسسه مالی از ریسک معرفی کردند. **گیراردی و ارگون (۲۰۱۳)** همانند آدرین و برانرمر اندازه *CoVaR* را مشروط بر رخداد بحران مالی تعریف کردند و رویکرد جدیدی برای اندازه‌گیری ریسک سیستمی ارائه دادند. این رویکرد شامل استفاده از مدل اتورگرسیو چند متغیره مشروط بر ناهمسانی واریانس^۵ (MVGARCH) برای توصیف چگالی توأم بازده مؤسسات مالی و محاسبه *CoVaR* از طریق حل عددی یک انتگرال دوگانه است.

در این مقاله، پس از پیش‌پردازش داده‌های مورد مطالعه ایرانی، ریسک سیستمی بانک‌ها همانند **ربوردو و آگولینی (۲۰۱۶)** بر اساس اندازه *CoVaR* محاسبه می‌شود. ساختار وابستگی بین بانک‌ها با استفاده از ساختار درخت مرتبه‌ای، به نام تابع مفصل خوشه‌ای^۶ مدل‌سازی شده است. این ساختار وابستگی مرتبه‌ای، امکان ارزیابی ریسکی که یک بانک به صورت مستقیم یا غیرمستقیم به بانک‌های دیگر سرایت می‌دهد را فراهم می‌سازد. ساختار مرتبه‌ای می‌تواند به مجموعه‌ای از توابع مفصل دو متغیره (تابع مفصل زوجی) که وابستگی بین دو متغیر را نشان می‌دهد، تجزیه شود. با استفاده از توابع مفصل خوشه‌ای توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی چند متغیره به صورت جداگانه مدل‌سازی می‌شوند.

ادامه ساختار مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲، مبانی نظری در زیر بخش‌های مجزا معرفی شده‌اند. بخش ۳، شامل تجزیه و تحلیل داده‌های شبیه‌سازی شده و تحلیل داده‌های نظام بانکی ایران است. در نهایت، در بخش ۴ نتیجه‌گیری مقاله ارائه می‌شود.

¹Credit Default Swaps

²Conditional Value at Risk

³Systemic Expected Shortfall

⁴Marginal Expected Shortfall

⁵Multivariate Generalised AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity

⁶Vine Copula

۲ مبانی نظری

فضای احتمال $(\Omega, \mathcal{F}_t, Pr)$ را در نظر بگیرید که در آن فضای نمونه‌ای، $\mathcal{F}_t$ سیگما-میدانی شامل همه اطلاعات تا زمان t و Pr اندازه احتمال شرطی بر اساس مجموعه اطلاعات $\mathcal{F}_t$ است. فرآیند تصادفی حقیقی مقدار d بعدی $\mathbf{X} = (X^1, \dots, X^d)'$ روی Ω و فرآیند سری زمانی d بعدی $\mathbf{X}_t = (X_t^1, \dots, X_t^d)'$ در دنباله زمانی $t = 1, \dots, T$ در این فضای احتمال تعریف می‌شوند. با فرض p_t به عنوان قیمت سهام در زمان t ، بازده لگاریتمی مالی X_t در زمان t از رابطه $X_t = \ln(\frac{p_t}{p_{t-1}})$ بدست می‌آید.

۲.۱ مدل‌سازی آماری

در این بخش تئوری مدل‌سازی آماری سری‌های زمانی بر روی فضای احتمال $(\Omega, \mathcal{F}_t, Pr)$ ارائه می‌شود. از نظر آماری می‌توان سری زمانی X_t را به صورت

$$X_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (۱)$$

$$\varepsilon_t = h_t^{1/2} z_t, \quad (۲)$$

مدل‌سازی کرد. طبق رابطه (۱) بازده در زمان t به دو قسمت میانگین شرطی (μ_t) به شرط سیگما میدان $\mathcal{F}_{t-1}$ و باقی‌مانده‌ها (ε_t) تجزیه می‌شود. در رابطه (۲) باقی‌مانده‌های مدنظر از ضرب تلاطم شرطی $h_t^{1/2}$ و فرآیند اغتشاش z_t ، بدست می‌آیند. h_t واریانس شرطی، به شرط $\mathcal{F}_{t-1}$ است و z_t یک فرآیند مستقل و هم‌توزیع با میانگین صفر و واریانس یک را توصیف می‌کند. میانگین شرطی با یک مدل اتورگرسیو میانگین متحرک^۱ (ARMA) و واریانس شرطی با مدل اتورگرسیو مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته^۲ (GARCH) مدل‌سازی خواهند شد.

۲.۱.۱ فرآیند اتورگرسیو مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته

جهت نشان دادن گشتاور مرتبه اول دینامیک‌های سری‌های زمانی مالی تک متغیره، خانواده مدل‌های ARMA بسیار مفید واقع شده‌اند (شاموی و همکاران، ۲۰۰۰). مدل ARMA از مرتبه (p_1, q_1) که در آن ϕ_i و φ_j به ترتیب پارامترهای AR و MA هستند، به صورت

$$\mu_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^{p_1} \phi_i x_{t-i} + \sum_{j=1}^{q_1} \varphi_j \varepsilon_{t-j}.$$

^۱ Autoregressive Moving Average

^۲ Generalised AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity

تعریف می‌شود. اگرچه مدل‌های AR و ARMA مدل‌های موفق در توصیف میانگین شرطی هستند، اما واریانس را در طول زمان ثابت فرض می‌کنند؛ در حالیکه شواهد تجربی نشان می‌دهند، تلاطم در طول زمان تغییر می‌کند. این شواهد منجر به معرفی مدل اتورگرسیو مشروط بر ناهمسانی واریانس^۱ ($ARCH$) شد که توسط انگل (۱۹۸۲) معرفی شده است. این مدل رفتارهای وابسته به زمان واریانس را بهتر مدل‌سازی می‌کند. مدل $ARCH(p)$ به صورت

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p_1} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2, \quad (3)$$

تعریف می‌شود که در آن پارامتر مدل و p_1 مرتبه مدل هستند. یکی از شروط مهم در مدل $ARCH$ متناهی بودن واریانس ($h_t < \infty$) است. طبق ساختار اتورگرسیو مدل $ARCH$ ، مقدار بزرگ $|\varepsilon|$ در یک دوره منجر به $|\varepsilon|$ بزرگتر در دوره بعدی می‌شود. این ویژگی نشان دهنده رفتارهای وابسته به زمان تلاطم است. در اصل، متغیر اغتشاش z_t می‌تواند با هر توزیع با میانگین صفر و واریانس واحد در نظر گرفته شود. **پون و تیلور** (۱۹۹۲) مدل $ARCH$ انگل را به مدل معروف $GARCH$ تعمیم دادند. مدل $ARCH$ در رابطه (۳) تنها ناهمسانی واریانس با تأخیر طولانی از مرتبه‌ی p_1 را نشان می‌دهد. مطالعات نشان داده‌اند که مدل‌های $GARCH$ با مرتبه‌های پایین، به خصوص، مدل ساده‌ی $GARCH(1, 1)$ اغلب ویژگی‌های تلاطم بازده سبد را به خوبی مدل‌سازی می‌کنند. مدل $GARCH(p_1, q_1)$ **پلرسلو** به صورت

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p_1} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q_1} \beta_j h_{t-j}$$

است. مدل $GARCH$ مانای ضعیف است اگر و فقط اگر $\sum_{i=1}^{p_1} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q_1} \beta_j < 1$ باشد. در این مقاله از مدل اتورگرسیو مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته آستانه‌ای^۲ (TGARCH) از نوع مدل اتورگرسیو مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته گلوستن، جاگاناثان و رانکل^۳ (GJRGARCH) استفاده شده است. این مدل طبق رابطه

$$h_{i,t} = \omega + \sum_{l=1}^{q_1} \beta_l h_{i,t-l} + \sum_{k=1}^{p_1} \alpha_k (\varepsilon_{t-k}^i)^2 + \sum_{r=1}^{p_1} \gamma_r (\varepsilon_{t-r}^i)^2 I_{\{\varepsilon_{t-r}^i < 0\}} \quad (4)$$

¹ AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity

² Threshold Generalised AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity

³ Glosten, Jaganathan, Runkle Generalised AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity

تعریف می‌شود که در آن ω مقدار ثابت، $h_{i,t-l}$ واریانس l مرحله قبل، ε_{t-r}^i شوک تلاطم r مرحله قبل، و $I_{\{\varepsilon_{t-r}^i < 0\}}$ تابع نشانگر است که اگر $\varepsilon_{t-r}^i < 0$ مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر می‌گیرد. همینطور γ_r نسبت بدهی به دارایی را نشان می‌دهد. فرض کنید d متغیر داشته باشیم، عضو i ام بردار $-d$ بعدی باقی‌مانده‌ها $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \dots, \varepsilon_{d,t})'$ با میانگین صفر به صورت $\varepsilon_{i,t} = h_{i,t}^{1/2} z_{i,t}$ توصیف می‌شود که در آن $h_{i,t}^{1/2}$ ، عضو i ام قطر اصلی ماتریس کواریانس شرطی $\mathbf{H}_t$ و $z_{i,t}$ فرآیند اغتشاش است. **برلسو و انگل (۱۹۸۶)** اولین کسانی بودند که مدل همبستگی شرطی ثابت ^۱ (CCC) را معرفی کردند. این مدل از تجزیه ماتریس کواریانس شرطی به صورت

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R} \mathbf{D}_t, \quad \mathbf{D}_t = \text{diag}(\sqrt{h_{i,t}}) \quad i = 1, \dots, d, \quad (5)$$

بدست می‌آید، که در آن diag ، عملگری است که بردار را به ماتریس قطری تبدیل می‌کند. مدل همبستگی شرطی ثابت، رفتارهای وابسته به زمان تلاطم را لحاظ می‌کند، اما رفتارهای وابسته به زمان همبستگی را در نظر نمی‌گیرد. در تجزیه همبستگی شرطی وابسته به زمان ^۲ (DCC) به روش **انگل (۲۰۰۲)** رابطه (۵) به صورت $\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t$ تبدیل می‌شود که در آن $\mathbf{R}_t$ نمایانگر رفتارهای همبستگی وابسته به زمان است.

در حالت چند متغیره، با استفاده از مدل‌های همبستگی شرطی ثابت و همبستگی شرطی وابسته به زمان، ابتدا باید به ازای هر سری زمانی، مدل‌های GARCH تک متغیره برآورد شود. در گام بعدی، ماتریس کواریانس باقی‌مانده‌های استاندارد شده مدل‌های حاشیه‌ای برآورد می‌شوند.

۲.۱.۲ توزیع‌های حاشیه‌ای

اغلب اوقات، باقی‌مانده‌های بدست آمده از مدل GARCH دم کلفت و معمولاً دارای توزیع غیرنرمال هستند. **هنسن (۱۹۹۴)** اولین کسی است که از مدل GARCH استفاده کرد، که در آن چهارگشتاور اول، شرطی و وابسته به زمان هستند. او برای کنترل گشتاورهای بالاتر، چگالی جدیدی را تعریف کرد که با آن باقی‌مانده‌های سری GARCH مدل می‌شود. این چگالی تعمیمی از توزیع t با فرض میانگین صفر و واریانس واحد به صورت

$$f(z_{i,t}; \nu, \eta) = \begin{cases} bc \left(1 + \frac{1}{\nu-2} \left(\frac{bz_{i,t}+a}{1-\eta} \right)^2 \right)^{-(\nu+1)/2} & z_{i,t} < -a/b \\ bc \left(1 + \frac{1}{\nu-2} \left(\frac{bz_{i,t}+a}{1+\eta} \right)^2 \right)^{-(\nu+1)/2} & z_{i,t} \geq -a/b \end{cases} \quad (6)$$

است، که در آن $z_t = \frac{x_t - \mu_t}{h_t^{1/2}}$ و $a = 4\eta c \left(\frac{\nu-2}{\nu-1} \right)$ ، $b^2 = 1 + 3\eta^2 - a^2$ ، $c = \Gamma(\frac{\nu+1}{2}) / \sqrt{\pi(\nu-2)\Gamma(\frac{\nu}{2})}$ ، ν پارامتر درجه آزادی ($2 < \nu < \infty$) و η پارامتر درجه تقارن ($-1 < \eta < 1$) تعریف شده‌اند. در رابطه (۶)، اگر $\eta = 0$ و $\nu \rightarrow \infty$ این توزیع به توزیع نرمال استاندارد میل می‌کند و اگر $\eta = 0$ و ν متناهی باشد،

¹Constant Conditional Correlation

²Dynamic Conditional Correlation

به توزیع t متقارن میل می‌کند. وقتی متغیر تصادفی z دارای چگالی $f(z_{i,t}; \nu, \eta)$ با توزیع t باشد، به صورت $z \sim st(\eta, \nu)$ نشان داده می‌شود.

۲.۲ توابع مفصل

توابع مفصل^۱ یکی از ابزارهای مهم ریاضی هستند که به خوبی می‌توانند وابستگی بین متغیرهای تصادفی را نشان دهند. این توابع، با توابع توزیع تجمعی توأم مرتبط هستند (گرزیسکا، ۲۰۱۴). تابع توزیع توأم دو متغیر تصادفی پیوسته را می‌توان با تابع مفصل $C(u, v) = F(x, y)$ ، بیان کرد که در آن $u = F_X(x)$ و $v = F_Y(y)$ به مقدار تابع توزیع در نقاط x و y اشاره دارند.

تعریف ۱. مفصل دو متغیره C ، تابعی است که مربع واحد $[0, 1] \times [0, 1]$ را به بازه واحد $[0, 1]$ نگاشت کرده و شرایط زیر را برآورده می‌کند؛

۱. نا نزولی است.

۲. از راست پیوسته است.

$$3. \quad \lim_{u_2 \rightarrow 0} C(u_1, u_2) = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{u_1 \rightarrow 0} C(u_1, u_2) = 0$$

$$4. \quad \lim_{u_2 \rightarrow 1} C(u_1, u_2) = u_1 \quad \text{و} \quad \lim_{u_1 \rightarrow 1} C(u_1, u_2) = u_2$$

۵. به ازای $u_1 \leq v_1$ و $u_2 \leq v_2$ در نامساوی زیر صدق کند،

$$C(v_1, v_2) - C(u_1, v_2) - C(v_1, u_2) + C(u_1, u_2) \geq 0.$$

اسکلار (۱۹۵۹) نخستین فردی بود که وابستگی را با تابع مفصل مدل‌سازی کرد. ایده اصلی او تفکیک تابع توزیع توأم به دو بخش بود: بخشی که ساختار وابستگی را نشان می‌دهد (تابع مفصل) و بخشی که صرفاً رفتارهای حاشیه‌ای را توصیف می‌کند.

قضیه ۱ (قضیه اسکلار). فرض کنید به ازای $i = 1, \dots, d$ توابع $F_{X_i}(x_i) = P(X_i \leq x_i)$ حاشیه‌ای و $F_{X_1, \dots, X_d}(x_1, \dots, x_d) = P[X_1 \leq x_1, \dots, X_d \leq x_d]$ تابع توزیع تجمعی توأم باشد. در این صورت تابع مفصل C وجود دارد به طوری که

$$F_{X_1, \dots, X_d}(x_1, \dots, x_d) = C_{X_1, \dots, X_d}(F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_d}(x_d)).$$

اگر $F_{X_i}(x_i)$ پیوسته باشد، آنگاه C یکتا و پیوسته است و مشتق آن چگالی مفصل نامیده می‌شود که با نماد $c_{X_1, \dots, X_d}(F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_d}(x_d))$ نمایش داده می‌شود.

¹Copula Functions

توابع مفصل، دارای انواع و دسته‌بندی‌های متنوعی هستند. در این مقاله، به دلیل کارایی بالای توابع مفصل خوشه‌ای و عملکرد موثر آنها در مسائل مالی، تنها به بررسی دقیق این نوع توابع پرداخته شده است. برای مطالعه انواع توابع مفصل و کاربرد آنها در سری‌های زمانی مالی به پتون (۲۰۰۹) مراجعه شود.

۲.۲.۱ توابع مفصل خوشه‌ای

آس و همکاران (۲۰۰۹) مفهوم توابع مفصل خوشه‌ای را به حوزه مالی معرفی کردند. ایده اصلی توابع مفصل خوشه‌ای، بر تجزیه تابع چگالی چند متغیره به چگالی‌های یک متغیره و تعدادی تابع مفصل دو متغیره استوار است. این توابع مفصل دو متغیره، که به مفصل زوجی نیز شناخته می‌شوند، نقش مهمی در مدل‌های مالی ایفا می‌کنند. به عنوان نمونه، چندین تابع مفصل زوجی که وابستگی متقارن یا نامتقارن را اندازه‌گیری می‌کنند، در جدول ۱ فهرست شده است.

جدول ۱. نمونه‌هایی از توابع مفصل زوجی

وابستگی	پارامتر	تابع مفصل	
ندارد	ρ	$C_{GA}(u_1, u_2; \rho) = \Phi_\rho(\phi^{-1}(u_1), \phi^{-1}(u_2))$	گاوسی
نامتقارن	$0 < \theta < \infty$	$C_{CL}(u_1, u_2; \theta) = (u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} + 1)^{-\frac{1}{\theta}}$	کلایتون
متقارن	ρ, ν	$C_T(u_1, u_2; \rho, \nu) = T_{\rho, \nu}(t_\nu^{-1}(u_1), t_\nu^{-1}(u_2))$	t
نامتقارن	$\theta \geq 1$	$C_J(u_1, u_2) = 1 - [(1 - u_1)^\theta + (1 - u_2)^\theta - (1 - u_1)^\theta (1 - u_2)^\theta]^{1/\theta}$	جو
نامتقارن	$1 \leq \theta < \infty$	$C_{GU}(u_1, u_2) = \exp(-[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta]^{1/\theta})$	گامبل

برای متغیرهای تصادفی $X_1, \dots, X_d$ ، تابع چگالی $f_{X_1, \dots, X_d}(x_1, \dots, x_d)$ را می‌توان به تعدادی توابع چگالی (شرطی) یک متغیره تجزیه کرد. به عنوان نمونه،

$$f_{X_1, \dots, X_d}(x_1, \dots, x_d) = f_{X_d}(x_d) \cdot f(x_{d-1}|x_d) \dots f(x_1|x_2, \dots, x_d). \quad (۷)$$

طبق قضیه ۱، چگالی توأم چندمتغیره را می‌توان با استفاده از چگالی مفصل چندمتغیره بصورت

$$f_{X_1, \dots, X_d}(x_1, \dots, x_d) = c_{X_1, \dots, X_d}(F_{X_1}(x_1), \dots, F_{X_d}(x_d)) \prod_{i=1}^d f_{X_i}(x_i) \quad (۸)$$

بیان کرد، که در آن چگالی مفصل d بعدی است. تجزیه تابع چگالی چند متغیره، یکتا نیست. آس و همکاران (۲۰۰۹) نشان داده‌اند که برای یک تابع توزیع ۵-بعدی، ۲۴۰ تجزیه متفاوت مفصل‌های زوجی وجود دارد. سه نوع خاص از این تجزیه‌ها، شامل خوشه‌ای C^1 ، خوشه‌ای D و خوشه‌ای R هستند.

¹C-vine

۲.۲.۲ تابع مفصل خوشه‌ای C

توابع مفصل خوشه‌ای، وابستگی غیر خطی را با استفاده از درخت‌های سلسله مراتبی نشان می‌دهند. تابع چگالی چند متغیره برای مفصل خوشه‌ای C به صورت

$$f_{X_1, \dots, X_d}(x_1, \dots, x_d) = \prod_{k=1}^d f_{X_k}(x_k) \prod_{h=1}^{d-1} c_{X_h, X_{h+1}}(F_{X_h}(x_h), F_{X_{h+1}}(x_{h+1})) \\ \times \prod_{i=2}^{d-1} \prod_{j=1}^{d-j} c(F(x_i|x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1}), F(x_{i+j}|x_{i+1}, \dots, x_{i+j-1})), \quad (9)$$

تعریف می‌شود، که در آن c چگالی مفصل شرطی است. در مفصل خوشه‌ای C ، با فرض d متغیر تصادفی، $d-1$ درخت وجود دارد. هر درخت دارای ساختار خاصی است که در آن تنها یک متغیر نقش محوری ایفا می‌کند. عضو محوری، عضوی است که مجموع قدر مطلق وابستگی زوجی آن (بر اساس τ کندال)، بیشترین مقدار را دارد. پس از مدل‌سازی وابستگی در هر درخت، درخت به صورت متوالی گسترش می‌یابد؛ به گونه‌ای که رأس‌های هر درخت از یال‌های مرحله قبل حاصل می‌شوند. درخت اول، شامل d رأس است که توسط یال‌هایی متصل شده‌اند و این یال‌ها نشان دهنده وابستگی بین دو متغیر هستند. وابستگی میان متغیر محوری و سایر متغیرها با استفاده از مفصل‌های زوجی اندازه‌گیری می‌شود. تحقیقات گسترده در زمینه مدل‌های $GARCH$ چند متغیره که در بخش ۲.۱.۱ به آن اشاره شد، نشان داده‌اند که با تجزیه CCC و DCC به ترتیب همبستگی‌های ثابت و وابسته به زمان را می‌توان مدل‌سازی کرد. برای نیل به این هدف، می‌توان از توابع مفصل ثابت و توابع مفصل پویا استفاده کرد که موضوع مقاله آتی ما هستند.

۲.۳ اندازه ریسک سیستمی

در این بخش، تئوری کلی محاسبه اندازه ریسک سیستمی $CoVaR$ ارائه شده است. فرض کنید متغیر تصادفی X_t^1 بازده بانک ۱ و X_t^2 بازده بانک ۲ در زمان t باشند. ارزش در معرض خطر VaR با سطح اطمینان $1-\alpha$ و اندازه احتمال Pr ، در افق زمانی مشخص، به عنوان چندک α -ام توزیع بازده X_t ، به صورت

$$VaR_{\alpha}(X_t) = \inf\{x_t \geq 0 | P[X_t \leq x_t] \geq \alpha\},$$

تعریف می‌شود (بلام و همکاران، ۲۰۱۶). در واقع، VaR نمایانگر حداکثر زیان مورد انتظار در شرایط عادی بازار در یک افق زمانی مشخص و سطح اطمینان معین است.

اندازه $CoVaR$ یک مؤسسه مالی، همان VaR آن مؤسسه مالی است، مشروط به اینکه، مؤسسه مالی دیگری در شرایط بحرانی باشد. اندازه $CoVaR$ بانک ۱ با سطح اطمینان $1-\beta$ در زمان t به عنوان چندک β -ام توزیع

شرطی X_t^1 به صورت

$$P[X_t^1 \leq CoVaR_{\beta,t}^1 | X_t^2 \leq VaR_{\alpha,t}^2] = \beta, \quad (10)$$

تعریف می‌شود (ربوردو و آگولینی، ۲۰۱۶)؛ که در این رابطه، $VaR_{\alpha,t}^2$ نشانگر اندازه VaR بانک ۲، $X_t^2 \leq VaR_{\alpha,t}^2$ بحران مالی بانک ۲ و $P[X_t^2 \leq VaR_{\alpha,t}^2] = \alpha$ نشانگر بیشترین ضرر ممکن بانک ۲ با سطح اطمینان $1 - \alpha$ در زمان مشخص t است. بنابراین، از نظر آماری، محاسبه اندازه $CoVaR$ شامل تعیین چندک توزیع شرطی است. رابطه (۱۰) نشان می‌دهد که اطلاعات وابستگی توأم دو متغیره X_t^1 و X_t^2 و اطلاعات وابستگی چند متغیره بین تمام بانک‌ها در نظام بانکی، مورد نیاز است. با در نظر گرفتن ساختار وابستگی n متغیره، اندازه $CoVaR$ به صورت

$$P[X_t^1 \leq CoVaR_{\beta,t}^1 | X_t^2 \leq VaR_{\alpha,t}^2, X_t^3, \dots, X_t^n] = \beta. \quad (11)$$

بازنویسی می‌شود. محاسبه اندازه $CoVaR$ از رابطه (۱۰) شامل تعیین چندک توزیع شرطی است که با در نظر گرفتن شرایط مالی و وابستگی سایر بانک‌ها با بانک ۱ و ۲ امکان‌پذیر است. همچنین، با استفاده از رابطه (۱۱) می‌توان اندازه $CoVaR$ مشروط به اینکه چندین بانک در شرایط بحرانی باشند را محاسبه کرد.

در نهایت، ریسک سیستمی مربوط به بانک ۲، از تفاضل $CoVaR$ با سطح اطمینان $1 - \beta$ ، همانطور که در رابطه (۱۱) تعریف شد و اندازه $CoVaR$ بانک ۱ مشروط به اینکه بانک ۲ در شرایط مبنا، یعنی میانه توزیع بازده بانک ۲ (اندازه VaR به ازای $\alpha = 0.5$) قرار داشته باشد، محاسبه می‌شود. این اندازه که به صورت

$$\Delta CoVaR_{\beta,t}^1 = CoVaR_{\beta,t}^1 - CoVaR_{\beta,t}^{1, \alpha=0.5} \quad (12)$$

تعریف و به نام $\Delta CoVaR$ شناخته می‌شود. طبق روابط (۱۰) و (۱۱) اندازه $CoVaR$ را می‌توان از نظر توزیع توأم و توزیع توأم شرطی X_t^1 و X_t^2 (به ترتیب $F_{X_t^1, X_t^2}(\cdot)$ و $F_{X_t^1, X_t^2}(\cdot | X_t^2 \leq VaR_{\alpha,t}^2)$) به صورت

$$\frac{F_{X_t^1, X_t^2}(CoVaR_{t,\beta}^1, VaR_{t,\alpha}^2)}{F_{X_t^2}(VaR_{t,\alpha}^2)} = \beta, \quad (13)$$

$$\frac{F_{X_t^1, X_t^2 | X_t^2 \leq VaR_{t,\alpha}^2}(CoVaR_{t,\beta}^1, VaR_{t,\alpha}^2)}{F_{X_t^1 | X_t^2 \leq VaR_{t,\alpha}^2}(VaR_{t,\alpha}^2)} = \beta, \quad (14)$$

بیان کرد. با بکارگیری قضیه اسکالر (نلسون، ۲۰۰۶) که در بخش ۲.۲ مطرح شد، و با فرض VaR بانک ۲ با

سطح اطمینان $1 - \alpha$ ، روابط (۱۳) و (۱۴) را می‌توان با استفاده از تابع مفصل به صورت

$$C_{X_t^1, X_t^2}(F_{X_t^1}(CoVaR_{t,\beta}^{12}), F_{X_t^2}(VaR_{t,\alpha}^2)) = \alpha\beta, \quad (15)$$

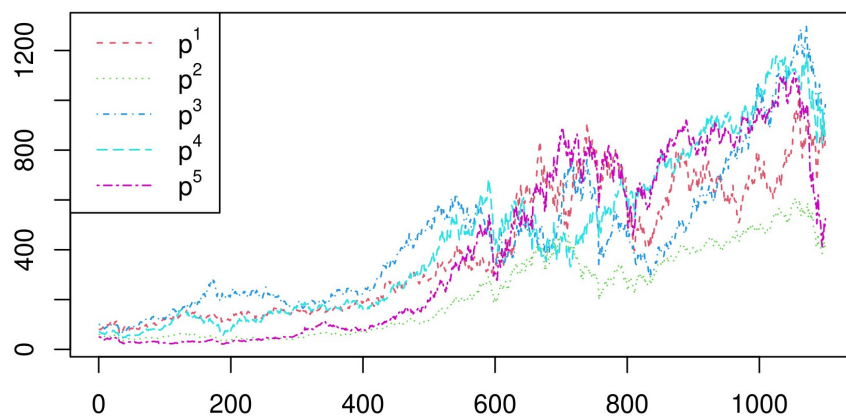
$$C_{X_t^1, X_t^2 | X_t^3, \dots, X_t^n}(F_{X_t^1 | X_t^3, \dots, X_t^n}(CoVaR_{t,\beta}^{12}), F_{X_t^2 | X_t^3, \dots, X_t^n}(VaR_{t,\alpha}^2)) = \alpha\beta. \quad (16)$$

نوشت. روند انجام محاسبات به این صورت است که ابتدا، با استفاده از تابع مفصل مشخص و سطح اطمینان $1 - \beta$ و اینکه $F_{X_t^2}(VaR_{t,\alpha}^2) = \alpha$ است؛ از رابطه (۳)، $u = F_{X_t^1}(CoVaR_{t,\beta}^{12})$ را محاسبه کرده و سپس با استفاده از u و معکوس تابع توزیع حاشیه‌ای X_t^1 اندازه $CoVaR$ محاسبه می‌گردد. بنابراین، اندازه ریسک سیستمی بانک ۱، مشروط به اینکه بانک ۲ در شرایط بحرانی قرار دارد، $CoVaR_{t,\beta}^{12} = F_{X_t^1}^{-1}(u)$ بدست می‌آید. محاسبه $CoVaR$ در حالت چند متغیره، با استفاده از رابطه‌ی (۱۶) بسیار جذاب است، زیرا این روش، امکان تعیین اثر مستقیم سرایت بحران از بانک ۲ به بانک ۱ و حتی اثر غیر مستقیم آن روی سایر بانک‌ها را فراهم می‌کند.

۳ مطالعه شبیه‌سازی و تحلیل داده‌های نظام بانکی ایران

۳.۱ شبیه‌سازی

در این بخش، تئوری‌های ارائه شده با شبیه‌سازی حاشیه‌ای‌ها در قالب ۵ سری زمانی، تحت عنوان X_t^i ، به ازای $i = 1, \dots, 5$ و $t = 1, \dots, 1100$ با ۱۰۰۰ بار تکرار بررسی شده است. جهت سهولت در نمایش، نمودار یک مصداق از آن به ازای $p_t^i = p_{t-1}^i \cdot e^{X_t^i}$ در شکل ۱ نمایش داده شده است. در شبیه‌سازی حاشیه‌ای‌ها، میانگین



شکل ۱. سری‌های زمانی متغیرهای شبیه‌سازی شده $p_t^i = p_{t-1}^i \cdot e^{X_t^i}$ در یک تکرار

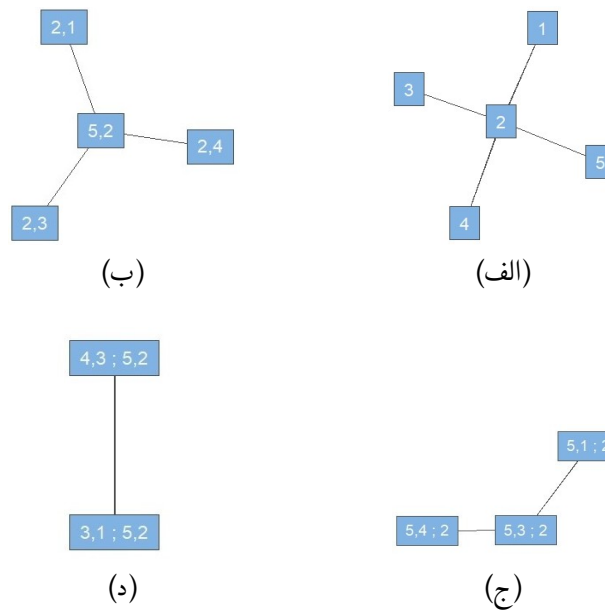
جدول ۲. برآورد پارامترها برای سری‌های حاشیه‌ای و داده‌های شبیه‌سازی و مقادیر واقعی (داخل پرانتز)

پارامتر	X^1	X^2	X^3	X^4	X^5
ϕ_0	۰/۰۰۰۷ (۰)	۰/۰۰۰۸ (۰)	۰/۰۰۰۱ (۰)	۰/۰۰۰۷ (۰)	۰/۰۰۰۳ (۰)
چولگی	۱/۰۰۰۷ (۱/۰۲)	۱/۰۰۰۲ (۱/۰۲)	۱/۰۰۰۰ (۱/۰۲)	۱/۰۰۰۴ (۱/۰۲)	۱/۰۰۰۳ (۱/۰۲)
درجه آزادی	۴/۸۷ (۴/۶)	۵/۲۴ (۵/۳)	۶/۸۹ (۶/۷)	۷/۸۷ (۷/۱)	۵/۹۸ (۶/۳)
همبستگی	۱	۰/۵۸	۰/۶۳	۰/۶۰	۰/۵۱
		۱	۰/۵۶	۰/۴۹	۰/۸۳
			۱	۰/۶۳	۰/۵۰
				۱	۰/۴۶
α	۰/۰۳۶۶ (۰/۰۴)	۰/۰۲۶ (۰/۰۳)	۰/۰۱۲۳ (۰/۰۱)	۰/۰۲۸۹ (۰/۰۴)	۰/۰۲۵۹ (۰/۰۳)
β	۰/۰۹۱۸ (۰/۰۹۱)	۰/۰۹۱۷ (۰/۰۹۱)	۰/۰۹۳۹ (۰/۰۹۴)	۰/۰۹۲۶ (۰/۰۹۳)	۰/۰۹۴۲ (۰/۰۹۳)
γ	۰/۰۴۴۵ (۰/۰۵)	۰/۰۹۲۱ (۰/۰۸)	۰/۰۵۱۱ (۰/۰۶)	۰۸۲۳/۰ (۰/۰۸)	۰/۰۶۱۴ (۰/۰۶)

شرطی صفر و واریانس شرطی طبق مدل $GJR\text{GARCH}(1,1)$ با پارامترهای α, β, γ و $\omega = 0$ برای هر ۵ سری زمانی در نظر گرفته شده است. پارامترهای α و β به ترتیب بیانگر تأثیر شوک‌های گذشته و واریانس‌های گذشته بر واریانس شرطی فعلی هستند. برای نشان دادن تأثیر بیشتر واریانس نسبت به شوک منفی در سری‌های زمانی شبیه‌سازی شده، مقدار $\alpha_i < \beta_i$ در نظر گرفته شده است. همچنین، مطابق توضیحات ارائه شده در انتهای بخش ۲.۱.۱، مقادیر واقعی α و β به گونه‌ای تعریف شده‌اند که شرط مانایی سری‌های زمانی مذکور را برآورده کنند. پارامتر γ نشان دهنده اثر نامتقارن شوک‌ها بر واریانس شرطی است. به منظور نشان دادن ماندگاری بالای شوک‌های منفی، مقادیر اولیه این پارامتر مثبت در نظر گرفته شده‌اند.

از آنجا که هدف، نمایش اتفاقات دمی است، از توزیع t -هنسن استفاده شده است. مقادیر چولگی (مقدار بیشتر از یک، نشان دهنده چوله به راست است) و درجه آزادی، به گونه‌ای تعریف شده‌اند که بتوان کلفتی دم چپ را در شبیه‌سازی‌ها به خوبی نمایش داد. مقادیر واقعی و نتایج برآورد پارامترهای مربوطه در جدول ۲ گزارش شده‌اند. برای این سری‌های زمانی، همبستگی ثابت و معلوم لحاظ شده است. همچنین، با توجه به ساختار درختی سلسله مراتبی تابع مفصل خوشه‌ای C ، از این تابع، برای نمایش ارتباط مستقیم و غیر مستقیم، رفتار دو به دویی بین متغیرها و نحوه سرایت ریسک استفاده شده است.

درخت‌های اول تا چهارم در شکل ۲، مراتب سرایت ریسک و اعضای پریسک هر مرحله را نشان می‌دهند. طبق جدول ۳، در درخت اول، با توجه به اینکه مجموع قدر مطلق τ کنдал مربوط به متغیر تصادفی ۲ بیشترین مقدار را دارد؛ متغیر تصادفی ۲، به عنوان پریسک‌ترین عضو شناسایی شده است. وابستگی دو به دویی در هر درخت، با مفصل‌های زوجی مختلف برآورد شده است. مفصل‌های زوجی که در جدول ۴ گزارش شده‌اند، طبق معیار کمترین BIC انتخاب شده‌اند. در نهایت، اندازه ریسک سیستمی در جدول ۵ نتایج مراحل پیشین را تأیید می‌کند.



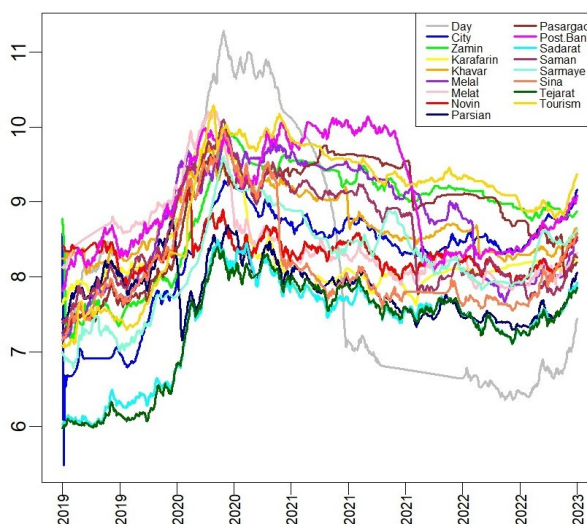
شکل ۲. درخت های الف-اول، ب-دوم، ج-سوم و د-چهارم از درخت های مرتبه ای مفصل خوشه ای C داده های شبیه سازی

جدول ۰۳. انتخاب عضو محوری در درخت اول مربوط به داده های شبیه سازی شده					
X^5	X^4	X^3	X^2	X^1	
۲۴۸/۲	۱۵۶/۲	۸۳۳/۱	۲۸۲/۲	۸۲۴/۱	جمع قدر مطلق همبستگی τ کندال

جدول ۰۴. نتایج برآورد پارامترهای مفصل های زوجی					
درخت	رأس	مفصل	پارامتر ۱	پارامتر ۲	τ کندال
۱	۳،۲	کلایتون-گامبل (۱۸۰ درجه)	۰/۰۸	۱/۲۷	۰/۲۴
	۴،۲	t	۰/۵۸	۴/۵۸	۰/۴۴
	۱،۲	کلایتون-گامبل (۱۸۰ درجه)	۰/۰۹	۱/۲۶	۰/۲۴
	۲،۵	کلایتون-گامبل	۰/۴۱	۱/۴۷	۰/۴۴
۲	۵،۱/۲	t	۰/۱۳	۸/۳۴	۰/۰۸
	۳،۵/۲	t	۰/۱۵	۱۱/۲۴	۰/۰۹
	۴،۵/۲	t	۰/۴۰	۵/۴۲	۰/۲۶
	۱،۳/۲،۵	کلایتون-گامبل	۰/۲۰	۱/۰۴	۰/۱۳
۳	۳،۴/۲،۵	بقاء کلایتون	۰/۰۷	۰/۰۰	۰/۰۳
	۱،۴/۲،۳،۵	t	۰/۰۴	۱۲/۸۹	۰/۰۳

جدول ۵. اندازه ریسک سیستمی مربوط به داده‌های شبیه‌سازی شده

بانک	$CoVaR_{\alpha,\beta}$	$CoVaR_{\alpha,\beta}/\Delta$	$\Delta CoVaR_{\alpha,\beta}$
۱۰۲	-۳/۸۸	-۲/۳۲	-۱/۵۶
۴۰۲	-۲/۲۸	-۱/۴۳	-۰/۸۵
۵۰۲	-۴/۶۵	-۲/۵۶	-۲/۰۹
۳۰۲	-۳/۷۰	-۲/۲۵	-۱/۴۵
۱۰۵	-۱/۸۵	-۱/۷۹	-۰/۰۶۷
۳۰۵	-۱/۹۲	-۱/۷۸	-۰/۱۴
۴۰۵	-۲/۱۷	-۱/۶۳	-۰/۵۳
۱۰۳	-۳/۱۸	-۲/۲۰	-۰/۹۸
۴۰۳	-۲/۰۵	-۲/۰۳	-۰/۰۲
۱۰۴	-۱/۸۰	-۱/۸۵	-۰/۰۵



شکل ۳. سری‌های زمانی لگاریتم قیمت سهام بانک‌های مورد مطالعه

۳.۲ تحلیل داده‌های بانک‌های ایرانی

با توجه به اینکه هدف اصلی این مقاله، ارزیابی ریسک سیستمی در نظام بانکی ایران است، در این بخش، به تحلیل این داده‌ها با روش‌های ارائه شده در بخش‌های قبل پرداخته شده است. برای دستیابی به این هدف، از داده‌های در دسترس عموم نظام بانکی ایران، استفاده شده است. قیمت روزانه سهام ۱۷ بانک و مؤسسه مالی و اعتباری ایرانی، در بازه زمانی ۱۹ فروردین ۱۳۹۸ تا ۱۱ اردیبهشت ۱۴۰۲، از سایت شرکت مدیریت فناوری بورس تهران استخراج شده است. با توجه به حجم بالای داده‌های گمشده، برای درون‌یابی این مقادیر از روش صافی کالمن بهره گرفته شده است. برای اطلاعات بیشتر درباره این روش، می‌توان به **سایپوترا و همکاران (۲۰۲۱)** و **مصمم (۲۰۱۵)** مراجعه کرد.

جدول ۶. برآورد مفصل‌های زوجی در هر مفصل خوشه‌ای مربوط به داده‌های نظام بانکی ایران

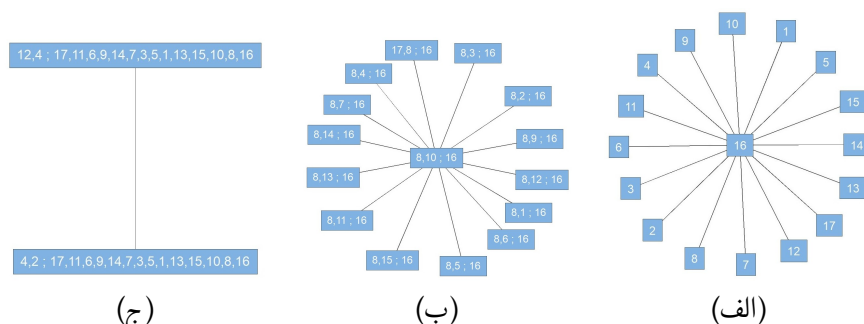
درخت	رأس	مفصل	پارامتر ۱	پارامتر ۲	τ - کندال
اول	۱۶، ۵	t	۰، ۷۴	۲، ۱۱	۰، ۵۳
دوم	۱۴، ۸	گاوسی	۰، ۰۶	-	۰، ۰۴
چهارم	۳، ۱۵	گامبل	۱، ۰۲	-	۰، ۰۲
پانزدهم	۴، ۲	جو دوران یافته (۱۸۰ درجه)	-۱، ۰۱	-	-۰، ۰۱

سری‌های زمانی مربوط به این داده‌ها در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند.

بعد از محاسبه بازده لگاریتمی، حاشیه‌ای‌ها با $ARMA(1, 1) - GJRARCH(1, 1)$ مدل‌سازی شده‌اند. برای نشان دادن ساختار سلسله مراتبی سرایت ریسک، از مفصل خوشه‌ای C استفاده شده است. در درخت اول، رأس وجود دارد که توسط یال‌هایی که نشان دهنده وابستگی بین دو متغیر هستند، مشخص شده‌اند. درخت‌ها به صورت متوالی و از درخت‌های مرحله قبل بدست می‌آیند. در هر درخت، رأس‌ها از یال‌های درخت مرحله قبل استخراج می‌شوند. هر درخت، دارای ساختار منحصر به فردی است که در آن، تنها یک متغیر نقش محوری ایفا می‌کند. عضو محوری، متغیری است که مجموع قدرمطلق وابستگی زوجی در آن که از τ کندال به دست آمده، بیشترین مقدار باشد. در شکل ۴، سه درخت از درخت‌های سلسله مراتبی مربوط به ارزیابی ریسک سیستمی در ۱۷ بانک مورد بررسی، نشان داده شده است.

وابستگی بین متغیر محوری و سایر متغیرها، با استفاده از مفصل‌های زوجی اندازه‌گیری می‌شود. همچنین، مفصل‌های زوجی مختلف برای نشان دادن وابستگی بین دو متغیر بررسی شده‌اند. در نهایت، مفصلی که کمترین BIC را دارد، به عنوان معیار وابستگی دو متغیر، انتخاب می‌شود. در جدول ۶، چند نمونه از مفصل‌های زوجی برآورد شده در درخت‌های مختلف مفصل خوشه‌ای C ، ارائه شده است. به عنوان مثال، در درخت اول عدد ۱۶ (معادل بانک تجارت) در رأس درخت قرار دارد. این موضوع نشان می‌دهد که این بانک بیشترین ریسک سیستمی را در مرحله اول داراست و ریسک سیستمی، از طریق آن به سایر بانک‌ها سرایت پیدا می‌کند. این نتیجه، طبق محاسبات انجام شده که به طور خلاصه در جدول ۷ آورده شده است، تأیید می‌شود. در مرحله بعد، این ریسک به بانک اقتصاد نوین سرایت می‌کند. در درخت شانزدهم، بانک صادرات و بانک شهر کمترین ریسک‌ها را نشان می‌دهند. در این مقاله، ارزش در معرض خطر (Var) و ارزش در معرض خطر شرطی ($CoVaR$) هر دو با سطح اطمینان ۹۵ درصد ($\alpha = \beta = 0.05$) محاسبه شده‌اند. برای سادگی در نشان دادن درخت‌های سلسله مراتبی، به جای نام بانک‌ها از شماره بانک‌ها بر اساس ترتیب مشخص زیر استفاده کرده‌ایم.

۱ = بانک دی، ۲ = بانک شهر، ۳ = بانک ایران زمین، ۴ = بانک کارآفرین، ۵ = بانک خاورمیانه، ۶ = مؤسسه مالی و اعتباری ملل، ۷ = بانک ملت، ۸ = بانک اقتصاد نوین، ۹ = بانک پارسیان، ۱۰ = بانک پاسارگاد، ۱۱ = پست بانک ایران، ۱۲ = بانک صادرات، ۱۳ = بانک سامان، ۱۴ = بانک سرمایه، ۱۵ = بانک سینا، ۱۶ = بانک تجارت، ۱۷ = بانک گردشگری



شکل ۴. درخت های الف-اول، ب-سوم و ج-شانزدهم از درخت‌های مرتبه‌ای مفصل خوشه‌ای C

ارزیابی کمی ریسک سیستمی با استفاده از اندازه $\Delta CoVaR$ انجام شده است که بخشی از نتایج آن در جدول ۷ گزارش شده است. در درخت اول، بین بانک تجارت و سایر بانک‌ها، منفی‌ترین اندازه $\Delta CoVaR$ مربوط به بانک تجارت و بانک اقتصاد نوین است. پس در درخت دوم ریسک سیستمی از طریق بانک اقتصاد نوین به نظام بانکی ایران سرایت پیدا می‌کند. در درخت دوم، $\Delta CoVaR$ بین بانک اقتصاد نوین و سایر بانک‌ها محاسبه می‌شود. به همین ترتیب در درخت پانزدهم ریسک سیستمی از بانک کارآفرین به بانک صادرات و بانک شهر سرایت می‌کند؛ که اندازه $\Delta CoVaR$ آنها نشان می‌دهد که این ریسک از بانک صادرات به بانک شهر می‌رسد. بانک‌هایی که در درخت‌های آخر هستند، نقش سیستمی قابل توجهی ندارند. خلاصه نتایج بررسی سرایت ریسک سیستمی در بین ۱۷ بانک و مؤسسه اعتباری مورد مطالعه به صورت زیر است:

بانک تجارت ← بانک اقتصاد نوین ← بانک پاسارگاد ← بانک سینا ← بانک سامان ← بانک دی ← بانک خاورمیانه ← بانک ایران زمین ← بانک ملت ← بانک سرمایه ← بانک پارسیان ← مؤسسه مالی و اعتباری ملل ← پست بانک ← بانک گردشگری ← بانک کارآفرین ← بانک صادرات ← بانک شهر.

۴ بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، تحلیل سیستماتیک ریسک سیستمی با روش ارزش در معرض خطر شرطی و مدل‌سازی آماری، از طریق مدل‌های $ARMA$ و $MVGARCH$ و با بهره‌گیری از توابع مفصل انجام شده است. ابتدا، برای توضیح مدل‌های مورد استفاده، یک مطالعه شبیه‌سازی انجام گرفته است. سپس، هدف اصلی مقاله، کاربرد این مدل‌ها برای تحلیل داده‌های واقعی در نظام بانکی ایران، با استفاده از داده‌های مربوط به ۱۷ بانک، مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به وجود مقادیر گمشده در بازه زمانی مورد مطالعه، درونیابی این مقادیر، با استفاده از صافی کالمن انجام گرفته است. مراحل محاسبه اندازه ریسک سیستمی، در بخش‌های قبل توضیح داده شده و نتایج در جداول مربوطه ارائه شده است. نهادهای نظارتی و بانک مرکزی برای مدیریت ریسک سیستمی که تأثیر قابل توجهی در سطح کلان

جدول ۷. اندازه ریسک سیستمی بانک‌های مورد مطالعه با اطمینان ۹۵ درصد ($\alpha = \beta = 0.05$)

درخت	بانک	$CoVaR_{\alpha,\beta}$	$CoVaR_{\alpha,\beta}/\Delta$	$\Delta CoVaR_{\alpha,\beta}$
اول	۱۶،۵	-۶،۱۱۶	-۳،۰۰۰	-۳،۱۱۶
	۱۶،۲	-۳،۷۳۸	-۳،۲۳۱	-۰،۵۰۷
	۱۶،۸	-۱۱،۸۱۹	-۳،۹۵۲	-۷،۹۶۷
	۱۶،۴	-۴،۶۱۹	-۲،۷۳۰	-۱،۸۸۹
	۱۶،۱۲	-۲،۷۹۲	-۱،۹۴۶	-۰،۸۴۴
	۱۶،۱۱	-۴،۱۶۷	-۲،۴۳۳	-۱،۷۳۳
	۱۶،۶	-۳،۸۳۶	-۲،۵۷۴	-۱،۲۶۲
	۱۶،۹	-۶،۲۲۷	-۲،۹۶۵	-۳،۲۶۲
	۱۶،۱۴	-۴،۳۳۰	-۲،۶۴۰	-۱،۶۹۰
	۱۶،۷	-۷،۶۹۰	-۳،۱۸۴	-۴،۵۰۶
	۱۶،۳	-۴،۷۴۶	-۳،۱۴۱	-۱،۶۰۵
	۱۶،۱	-۵،۶۲۳	-۳،۰۵۸	-۲،۵۶۵
	۱۶،۱۳	-۳،۰۳۰	-۲،۲۵۷	-۰،۷۷۳
	۱۶،۱۵	-۴،۳۷۲	-۲،۴۹۶	-۱،۸۷۶
	۱۶،۱۰	-۵،۷۳۵	-۲،۹۷۲	-۲،۷۶۳
	۱۶،۱۷	-۴،۰۳۴	-۲،۷۰۱	-۱،۳۳۳
دوم	۸،۲	-۳،۵۸۰	-۳،۰۵۴	-۰،۵۲۶
	۸،۱۰	-۴،۹۹۷	-۲،۶۰۵	-۲،۳۹۲
	۸،۶	-۳،۲۸۱	-۲،۴۳۲	-۰،۸۴۹
	...	...	...	...
شانزدهم	۲۰،۱۲	-۲،۷۶۶	-۲،۷۳۰	-۰،۰۳۶

دارد، نیازمند شناسایی و ارزیابی دقیق آن هستند؛ چرا که ریسک سیستمی می‌تواند بر اقتصاد واقعی اثر بگذارد. نتایج اندازه $\Delta CoVaR$ در مرحله اول نشان می‌دهند که بانک تجارت، بالاترین میزان ریسک سیستمی را دارد و در صورت نکول، تقریباً ۸ درصد از اقتصاد واقعی جامعه تحت تاثیر ریسک سیستمی نظام بانکی قرار خواهد گرفت. همچنین، سایر بانک‌ها متناسب با اندازه ریسک سیستمی خود، در معرض نکول هستند. در نتیجه، لازم است، با تعیین کفایت سرمایه مناسب مورد نیاز و یا اعمال سیاست‌های بازدارنده، پوشش ریسک‌های مربوطه انجام شود تا از سرایت ریسک به سایر بانک‌ها و در نهایت به بانک مرکزی و دولت جلوگیری شود.

تقدیر و تشکر

نویسندگان، مراتب سپاس و قدردانی خود را از سردبیر، داوران و ویراستار محترم مجله، ابراز می‌دارند. نظرات و پیشنهادات ارزشمند ایشان، نقش بسزایی در اصلاح و بهبود این مقاله داشته است.

مراجع

آقامحمدی، ع.، سجودی، م. (۱۳۹۵)، برآورد معیارهای ریسک ارزش در معرض خطر و میانگین ارزش در معرض خطر با استفاده از مدل رگرسیونی چندکی ترکیبی. *مجله علوم آماری*، ۱۰(۲)، ۱۸۵-۲۰۲.

Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., and Bakken, H. (2009), Pair-copula Constructions of Multiple Dependence, *Insurance: Mathematics and Economics*, **44**(2), 182-198.

Acharya, Viral and Brownlees, Christian and Engle, Robert and Farazmand, Farhang and Richardson, Matthew and Others, (2013), Measuring Systemic Risk, *Managing and Measuring Risk: Emerging Global Standards and Regulation After the Financial Crisis*, 65-98.

Adrian, T., and Brunnermeier, M. K., (2011), CoVaR, *National Bureau of Economic Research*, (No.w17454).

Benston and George G. Kaufman(1986), Risks and Failures in Banking: Overview, History, and Evaluation, *Federal Reserve Bank of Chicago*.

Bluhm, C., Overbeck, L., and Wagner, C., (2016), Introduction to Credit Risk Modeling, Chapman and Hall/CRC.

Bollerslev, T., (1990), Modelling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: a Multivariate Generalized ARCH Model, *The review of economics and statistics*, 498-505.

Engle, R., (1982), Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, **50**, 391-407.

Engle, R. F., and Bollerslev, T., (1986), Modelling the Persistence of Conditional Variances, *Econometric Reviews*, **5**(1), 1-50.

Engle, R., (2002), Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models, *Journal of Business and Economic Statistics*, **20**(3), 339-350.

- Girardi, G., and Ergün, A. T., (2013), Systemic Risk Measurement: Multivariate GARCH Estimation of CoVaR, *Journal of Banking and Finance*, **37**(8), 3169-3180.
- Grziska, M., (2014), Multivariate GARCH and Dynamic Copula Models for Financial Time Series, Doctoral Dissertation, LMU.
- Hansen, B. E., (1994), Autoregressive Conditional Density Estimation, *International Economic Review*, 705-730.
- Huang, X., Zhou, H., and Zhu, H., (2009), A Framework for Assessing the Systemic Risk of Major Financial Institutions, *Journal of Banking and Finance*, **33**(11), 2036-2049.
- Keilbar, G., and Wang, W., (2022), Modelling Systemic Risk Using Neural Network Quantile Regression, *Empirical Economics*, **62**(1), 93-118 .
- Mosammam, A. M., (2015), Kalman Filter: A Simple Derivation, *Mathematics and Statistics*, **3**, 41-45.
- Nelsen, R. B., (2006), An Introduction to Copulas, Springer, USA.
- Patton, A. J., (2009), Copula-Based Models for Financial Time Series, *Handbook of Financial Time Series*, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Poon, S. H., and Taylor, S. J., (1992), Stock Returns and Volatility: An Empirical Study of the UK Stock Market, *Journal of Banking and Finance*, **16**(1), 37-59.
- Reboredo, J. C., and Ugolini, A., (2016), Systemic Risk of Spanish Listed Banks: A Vine Copula CoVaR Approach, *Spanish Journal of Finance and Accounting/Revista Española de Financiación y Contabilidad*, **45**(1), 1-31 .
- Saputra, M. D., Hadi, A. F., Riski, A., and Anggraeni, D., (2021), Handling Missing Values and Unusual Observations in Statistical Downscaling Using Kalman Filter, *International Journal of Quantitative Research and Modeling* **2**(3), 139-146.

Sklar, A. (1959), Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges, Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris, **8**, 229-231.

Segoviano Basurto, M., and Goodhart, C., (2009), Banking stability measures, *Financial Markets Group, The London School of Economics and Political Science*.

Shumway, R. H., Stoffer, D. S., and Stoffer, D. S., (2000), Time Series Analysis and Its Applications, **3**, New York: Springer.

Smaga, P., (2014), The Concept of Systemic Risk, *Systemic Risk Centre Special Paper*, **5**.