



A Criterion for Assessment of Search Designs in Robust Parameter Experiments

Motavaze, M. , Talebi, H. 

Department of Statistics, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

Corresponding author: H. Talebi, h-talebi@sci.ui.ac.ir

Received: 27/10/2022 **Revised:** 20/12/2022 **Accepted and Published Online:** 23/12/2022.

Introduction

Production of high-quality products through controlling and reducing quality dispersion necessitates identifying the most influential factors, among many factors. In such a setting, the factorial designs are used to determine active factors with their optimum information and model the relation between the factors and the quality variable of interest. In this regard, the robust parameter design (RPD) is an efficient methodology in that the response variable resists hard-to-change and cost-demanding factors. In the RPD framework, the factors are divided into control- and noise factors, where a particular consideration is imposed on the factorial interaction between control and noise factors. However, with the participation of a large number of factors, one needs to run an experiment with numerous treatment combinations to detect the active interaction effects. To manage such costly experiments, a fraction of factorial design is used. This paper applies an appropriate class of non-regular fractional designs to robust parameter experiments. Afterwards, by proposing a new design criterion to evaluate the performance of the designs, the superior design will be determined due to the non-uniqueness of eligible designs.

Material and Methods

Detection of the active factorial effects is a model identification problem in robust parameter experimentation to screen out improper rival models. Such a problem could be facilitated by utilizing the proper measures for the metering distance between models, designing strategies, and discriminative designs. However, various candidate designs could be used for executing a robust parameter experiment. Therefore, comparing the design's performance

in model discrimination to determine and estimate the unknown active interaction effects is essential; this would lead to the selection of the superior design. Although several design criteria have been introduced for ranking designs, no existent design criteria for model identification applies to the noise factors experiments. The proposed design criterion benefits the common variance property of designs and ranks the designs for model identification.

Results and Discussion

As an off-line quality control methodology for improving the quality, the RPD is established by exploiting the unknown control by noise interactions. Searching for and estimating the active interaction effects inflates the run size. To save runs and decrease costs, the search design is suggested for robust parameter experiments. However, selecting an efficient design needs a criterion for design evaluation. The numerical results revealed that the existent design criteria for model discrimination perform poorly in the presence of noise factors, though the proposed criterion is efficient.

Conclusion

In this paper, we consider the model identification problem in the RPD framework. To proceed, we follow a design strategy and tackle the problem through a search linear model. The single array used in this framework is a search design, and the problem is reduced to seeking a powerful design to discriminate between rival models with uncommon interaction effects. The new proposed design criterion efficiently ranks the designs.

Keywords: Robust parameter design, search design, design-criterion, noise factor.

Mathematics Subject Classification (2010): 62K15, 62K25.



©The Author(s). The Publisher is Iranian Statistical Society.

This is an open access article distributed under the terms and conditions of [CC BY-NC 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

معیاری برای ارزیابی طرح‌های کاوش در آزمایش‌های پارامتر-استوار

محسن متواضع، هوشنگ طالبی

گروه آمار، دانشگاه اصفهان

نویسنده مسئول: هوشنگ طالبی، h-talebi@sci.ui.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۸/۵ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۹/۲۹ تاریخ پذیرش و انتشار: ۱۴۰۱/۱۰/۱

چکیده: تولید محصولات با کیفیت بالا نیازمند شناسایی مهم‌ترین عامل‌ها برای کنترل و کاهش تغییرات پارامتر کیفیت است. به این منظور، طرح عاملی امکان به‌کارگیری عامل‌های مختلف آزمایشی را برای جمع‌آوری اطلاعات فراهم می‌سازد. طرح عاملی پارامتر-استوار با تفکیک عامل‌ها به عامل‌های کنترل و اغتشاش، ابزار مناسبی برای بهبود کیفیت قبل از تولید از طریق پایداری متغیر پاسخ (کیفیت) نسبت به تغییرات ناشی از عامل اغتشاش است. با این وجود، مزیت طرح پارامتر-استوار زمانی آشکار می‌شود که اثر متقابلی بین عامل‌های کنترل و اغتشاش وجود داشته باشد. برای مطالعه و بررسی وجود این اثرات، معمولاً از طرح‌های عاملی کسری استفاده می‌شود که نیازمند اجرای تعداد زیادی آزمایش هستند. در این مقاله برای صرفه‌جویی در اجراهای آزمایش، استفاده از طرح‌های کاوش پیشنهاد می‌شود. برای تعیین طرح کاوش برتر معیارهای مختلفی وجود دارد اما برای طرح‌های پارامتر-استوار قابل استفاده نیستند؛ بنابراین در این مقاله ابتدا معیار مناسب برای مقایسه طرح‌های پارامتر-استوار و تعیین طرح برتر معرفی و عملکرد آن در این طرح‌ها بررسی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: طرح پارامتر-استوار، طرح کاوش، معیار طرح، عامل اغتشاش.

کد موضوع بندی ریاضی (۲۰۱۰): 62K15، 62K25.



©نویسندگان). ناشر انجمن آمار ایران است.

این مقاله با دسترسی آزاد تحت شرایط و ضوابط (CC BY-NC 4.0) توزیع شده است.

۱ مقدمه

میانگین کیفیت یک محصول اندازه‌ای است که نمی‌تواند به تنهایی برای تعیین مطلوبیت محصول مورد ارزیابی قرار گیرد، بلکه در این زمینه تغییرپذیری کیفیت به عنوان متغیر پاسخ از اهمیت زیادی برخوردار است؛ به همین دلیل، کاهش تغییرپذیری محصولات تولیدی یکی از اهداف اساسی مهندسان کنترل کیفیت به شمار می‌رود. به عنوان مثال، ممکن است یک مهندس بتواند ترکیبی از عوامل موثر و قابل کنترل را برای تولید لاستیک خودرو با استحکام بالا ارائه کند اما اگر عملکرد لاستیک تولیدی به اختلاف دما در مناطق مختلف آب و هوایی حساس و شکننده باشد، این لاستیک دارای کیفیت مناسبی نیست. در چنین وضعیتی نمی‌توان بدون توجه به عامل دمای محیط، کیفیت لاستیک را تضمین کرد. در این مثال دما یک متغیر اغتشاش است که علاوه بر آن می‌توان عامل‌های اغتشاش دیگری که بر کیفیت محصولات تولیدی موثر هستند را برشمرد. شناسایی مهم‌ترین عامل‌ها می‌تواند تاثیر قابل توجهی بر کاهش تغییرپذیری و افزایش مقاومت محصولات در برابر متغیرهای بیرونی غیرقابل کنترل و در نتیجه افزایش کیفیت آن‌ها داشته باشد. پس از طرح این مسئله از سوی **تاگوچی (۱۹۷۸)**، محققین دیگری از جنبه طراحی آزمایش و استفاده از طرح‌های عاملی به آن پرداخته‌اند که از آن میان می‌توان **ککر (۱۹۸۵)**، **میرز و همکاران (۲۰۱۶)** و **مونت‌گمری (۲۰۱۷)** را نام برد. یکی از مشکلات اساسی در استفاده از طرح‌های عاملی تعداد زیاد اجراهای مورد نیاز برای آزمایش با افزایش تعداد عامل‌ها است که موجب بالا رفتن هزینه آزمایش می‌شود. بنابراین برای کاهش هزینه‌ها، استفاده از طرحی با اجراهای کمتر مورد توجه محققین قرار گرفت. معمولاً در مراحل اولیه برای غربالگری^۱ عامل‌های غیرفعال، با چشم‌پوشی از اثرات متقابل بین عامل‌های کنترل یا اغتشاش، استفاده از طرح‌های عاملی کسری اثرات اصلی برای هر یک از این عامل‌ها توصیه شده است. اما این طرح‌ها قادر به برآورد اثرات متقابل نیستند که ممکن است فعال باشند؛ در این صورت مدل طرح فروبرازش^۲ و در نتیجه پارامترهای منظور شده در مدل، اریب برآورد می‌شوند (**سریواستوا، ۱۹۷۵**). بنابراین طرحی که بتواند با دقت قابل قبولی اثرات عاملی فعال را شناسایی و برآورد کند بسیار پراهمیت است. طراحی برای انجام این مهم مستلزم شناخت اثرات عاملی فعال است اما این اثرات از قبل قابل تشخیص نیستند. بنابراین یکی از اهداف اولیه آزمایش شناسایی اثرات عاملی به خصوص اثر متقابل فعال بین عامل‌های کنترل و اغتشاش است؛ زیرا بر اساس (**تاگوچی، ۱۹۸۷**) و (**ککر، ۱۹۸۵**) با شناسایی این اثرات متقابل در آزمایش‌های پارامتر-استوار، می‌توان تغییرپذیری متغیر پاسخ را به حداقل رساند. در حقیقت، شناسایی و منظور کردن این اثرات در مدل و برآورد کردن آن‌ها همراه با اثرات اصلی عوامل کنترل، مسئله طرح برای مشخص‌سازی مدل مناسبی است که به بهترین شکل داده‌ها را تبیین کند. طراحی بهینه آزمایش برای شناسایی مدل درست توسط **آتکینسون و فدروف (۱۹۷۵)** مطرح و معیار T -بهینگی برای ارزیابی طرح معرفی شد. پس از آن پژوهشگران دیگری با رویکردهای کلاسیک و بیزی به این موضوع پرداخته و معیارهایی برای سنجش توانایی طرح‌ها در جداسازی و شناسایی مدل درست از مدل‌های رقیب معرفی کردند که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به معیار KL -بهینگی بر اساس

¹Screening²Underfit

فاصله کولبک-لیبلر توسط **لوپز و همکاران** (۲۰۰۷) اشاره کرد. **شیراکورا و همکاران** (۱۹۹۶) این موضوع را در میحث طرح‌های کاوش^۱ مطرح کردند که توسط **طالبی و اسمعیل زاده** (۲۰۱۱) و **صادقی و طالبی** (۲۰۲۰) دنبال شده است. همان‌طوری که در بالا اشاره شد، آزمایش‌های پارامتر-استوار معمولاً ترکیبی از طرح‌های عاملی کسری منظم با روابط معرف معلوم هستند که در قالب آرایه متقاطع و آرایه منفرد اجرا می‌شوند. این در حالی است که در آزمایش‌ها، طرح‌های عاملی نامنظم با تعداد اجرای کمتر و در نتیجه هزینه کمتری در مقایسه با طرح‌های عاملی منظم می‌توانند هدف آزمایشگر را برآورده سازند. این طرح‌ها به دلیل نداشتن رابطه معرف دارای ساختار پیچیده‌ای برای تعیین برآورد اثرات هستند. یکی از استفاده‌های این طرح‌ها در ساختن طرح کاوش است که توسط **(سریواستاوا، ۱۹۷۵)** معرفی و توسط چند محقق گسترش یافت. استفاده از این طرح در آزمایش‌های پارامتر-استوار برای شناسایی و برآورد اثرات متقابل فعال بین عامل‌های کنترل و اغتشاش بسیار کارگشا است. در این مقاله با به‌کارگیری طرح‌های کاوش در آزمایش‌های پارامتر استوار، معیارهای مناسب با ساختار آن‌ها را برای ارزیابی طرح معرفی می‌کنیم. در بخش محاسبات، عملکرد معیار معرفی شده در تعیین طرح برتر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲ طرح کاوش برای شناسایی مدل

طرح عاملی ترکیبیات تیماری از سطوح (اجراهای) چند عامل است که امکان بررسی هم‌زمان اثرات این عامل‌ها را روی متغیر پاسخ فراهم می‌سازد. با افزایش تعداد عامل‌ها در آزمایش، تعداد اجراها به صورت نمایی افزایش یافته و اجرای کامل آزمایش پرهزینه می‌شود. از طرفی، در آزمایش‌های عاملی اصل تنک بودن^۲ گواه این مدعا است که تعداد اثرات فعال اندک هستند. همچنین، اصل سلسله‌مراتبی بیان می‌کند که با بالارفتن مرتبه اثرات عاملی از میزان اهمیت آن‌ها کاسته می‌شود. بنابراین، اثرات اصلی نسبت به اثرات متقابل دو عاملی از میزان اهمیت بیشتری برخوردارند. با تکیه بر این اصول می‌توان با چشم‌پوشی از برخی اثرات متقابل مراتب بالا، تعداد اجراهای مورد نیاز آزمایش را کاهش داد. **سریواستاوا (۱۹۷۵)** با فرض آن که اثرات متقابل مرتبه بالا غیرفعال و حداکثر تعداد محدودی، مثلاً k ، اثر در مجموعه اثرات متقابل مرتبه پایین فعال هستند طرح کاوش را پیشنهاد کرد که توانایی شناسایی این اثرات را داشته باشد و آن‌ها را به همراه تمام اثرات اصلی برآورد کند. بنابراین بردار مشاهدات $y(m \times 1)$ در قالب مدل خطی کاوش به صورت

$$y = W_1\beta_1 + W_2\beta_2 + \epsilon, \quad \text{Var}(\epsilon) = \sigma^2 I, \quad (1)$$

فرمول‌بندی می‌شود که در آن $W_1(m \times (p+1))$ و $W_2(m \times q)$ ماتریس‌های طرح معلوم و β_1 بردار پارامترهای مربوط به عرض از مبدا و اثرات اصلی و β_2 بردار پارامترهای اثرات متقابل مرتبه پایین هستند. هدف، برآورد

¹Search designs

²Sparsity principle

۱۴۴ معیاری برای ارزیابی طرح‌های کاوش در آزمایش‌های پارامتر-استوار

پارامترهای بردار β_1 و شناسایی و برآورد k پارامتر غیرصفر بردار β_2 است. واضح است که مدل کاوش (۱) شامل تعدادی زیرمدل است که به صورت

$$M_i : \quad y = W_1\beta_1 + W_{2i}\beta_2 + \epsilon_i, \quad \text{Var}(\epsilon_i) = \sigma^2 I, \quad (2)$$

مشخص می‌شوند. این مدل‌ها تنها در پارامترهای غیرمشترک β_{2i} متفاوت هستند و هر کدام می‌توانند به عنوان مدل درست از میان سایر مدل‌های ممکن شناسایی شوند.

گزاره ۱. (سریواستاوا، ۱۹۷۵). شرط لازم برای آن که هر طرح عاملی T با p عامل یک طرح کاوش باشد آن است که برای هر زیرماتریس $(m \times 2k)$ از W_2 شرط زیر برقرار باشد

$$\text{rank}[W_1 | W_{22}] = p + 1 + 2k.$$

سریواستاوا (۱۹۷۵) برای شناسایی مدل درست در کلاس مدل‌های رقیب، استفاده از معیار مجموع مربعات خطا یعنی SSE را پیشنهاد کرد. مدل M_i در صورتی نسبت به مدل M_j برتری دارد که دارای SSE کمتری باشد. در صورتی که مشاهدات و مقدار برازش آن‌ها توسط مدل یکسان باشند، مقدار SSE برای مدل برازش شده برابر صفر است؛ این امر حاکی از شناسایی دقیق مدل درست از بین مدل‌های رقیب است. با این وجود، در آزمایش واقعی به ندرت می‌توان مدلی را به دست آورد که دارای خطای صفر باشد؛ بنابراین زمانی که $\sigma^2 > 0$ باشد، ساختار تصادفی مشاهدات می‌تواند مانع از شناسایی قطعی مدل درست شود. در راستای استفاده از طرح کاوش برای شناسایی مدل، **شیراکورا و همکاران (۱۹۹۶)** با استفاده از خاصیت تصادفی بودن معیار SSE به عنوان یک متغیر، برای وجود و شناسایی $k = 1$ اثر متقابل فعال و تحت توزیع نرمال برای بردار مشاهدات مستقل $y(m \times 1)$ فرم بسته‌ای برای $P(SSE_{M_i} < SSE_{M_j})$ به دست آوردند که معیار احتمال کاوش^۱ نامیده شد. به دلیل وابستگی معیار احتمال کاوش به پارامترهای نامعلوم مدل‌ها، **طالبی و اسمعیل زاده (۲۰۱۱)** معیار احتمال کاوش وزنی را معرفی کردند که معیاری پارامتر-آزاد است.

در ادامه، **طالبی و اسمعیل زاده (۲۰۱۱)** معیار طرح دیگری بر اساس فاصله کولبک-لیبلر برای شناسایی $k > 1$ اثر معرفی کردند. معیار D_s -بهینگی نیز که توسط **استیگلر (۱۹۷۱)** بر پایه پارامترهای غیرمشترک مدل‌ها ارائه شد، می‌تواند برای ارزیابی و مقایسه طرح‌ها مورد استفاده قرار گیرد. آزمایشگر معیار D_s -بهینگی را با هدف برآورد زیرمجموعه‌ای از پارامترهای مدل با کمترین واریانس استفاده می‌کند. برآوردگر کمترین مربعات، پارامترهای غیرمشترک مجموعه مدل‌های (۲) را با واریانسی برابر با

$$\text{Var}(\hat{\beta}_{2i}) = [W_{2i}^t(I - W_1(W_1^t W_1)^{-1} W_1^t) W_{2i}]^{-1} \quad (3)$$

¹Search probability

برآورد می‌کند. گوش و فلورس (۲۰۱۳) و گوش و چودری (۲۰۱۷) با استفاده از (۳)، طرح‌های واریانس مشترک را تعریف و ارائه کردند؛ که همه مدل‌های ممکن را به طور هم‌ارز مقایسه می‌کند.

تعریف ۱. طرح T یک طرح واریانس مشترک نامیده می‌شود هرگاه برای تمام مدل‌هایی به فرم M_i در کلاس مدل خطی کاوش، مقدار $\text{Var}(\hat{\beta}_i)$ یکسان باشد.

۳ طرح پارامتر-استوار

طرح پارامتر-استوار به انتخاب مناسب سطوحی از عامل‌های کنترل برای دستیابی به یک مقدار هدف یا بهینه برای متغیر پاسخ گفته می‌شود؛ اما تاثیرگذاری عامل‌های اغتشاش باعث ایجاد تغییرات در متغیر پاسخ می‌شوند که این امر دستیابی به هدف را مخدوش می‌سازد. عامل‌های کنترل دارای این ویژگی هستند که مقادیر آن‌ها ثابت و تحت کنترل آزمایشگر است؛ در حالی که عامل اغتشاش به متغیری گفته می‌شود که کنترل مقادیر آن‌ها اغلب دشوار، پرهزینه و یا غیرممکن است اما می‌توان سطوح تغییرات مشخصی را در آزمایش برای آن‌ها منظور کرد.

از دیدگاه نظری مهم‌ترین جنبه از طرح‌های پارامتر-استوار، تفاوت بین نقش‌هایی است که عوامل کنترل و عوامل اغتشاش ایفا می‌کنند. از این رو لازم است آزمایش به گونه‌ای طراحی شود که در آن نوع عامل‌ها و همچنین میزان اهمیت اثرات عاملی منظور شوند. به طور کلی دو رویکرد در طراحی آزمایش‌های پارامتر-استوار وجود دارد که در ادامه بیان می‌شوند.

۳.۱ آرایه متقاطع

تمایز بین عامل‌ها ایجاد می‌کند که در اجرای آزمایش از طرح‌های مجزایی برای تعیین ترکیبات تیماری عامل‌ها استفاده شود. از این رو یک طرح عاملی مناسب برای عامل‌های کنترل انتخاب می‌شود که به آن آرایه درونی گفته می‌شود؛ طرح مناسبی نیز با عنوان آرایه بیرونی برای عامل‌های اغتشاش تعیین می‌شود. طرحی که از ضرب دکارتی این آرایه‌ها به دست می‌آید را آرایه متقاطع گویند و به گونه‌ای است که هر ترکیب تیماری از عامل‌های کنترل با تمام ترکیبات تیماری عامل‌های اغتشاش در آرایه بیرونی اجرا می‌شود.

مثال ۱. یک آزمایش دو سطحی شامل سه عامل کنترل A, B, C و دو عامل اغتشاش D, E را در نظر بگیرید.

۱۴۶ معیاری برای ارزیابی طرح‌های کاوش در آزمایش‌های پارامتر-استوار

فرض کنید d_C یک طرح کامل 2^3 مربوط به عوامل کنترل و d_N طرح کامل 2^2 مربوط به عوامل اغتشاش باشند.

$$d_C = \begin{matrix} & A & B & C \\ \begin{pmatrix} - & - & - \\ + & - & - \\ - & + & - \\ - & - & + \\ - & + & + \\ + & - & + \\ + & + & - \\ + & + & + \end{pmatrix} \end{matrix} \quad d_N = \begin{matrix} & D & E \\ \begin{pmatrix} - & - \\ + & - \\ - & + \\ + & + \end{pmatrix} \end{matrix}$$

آرایه متقاطع شامل همه پنج عامل است که با ضرب دکارتی d_N و d_C به دست می‌آید و دارای $4 \times 8 = 32$ اجرا است.

با استفاده از طرح‌های کامل برای آرایه‌های درونی و بیرونی تمام اثرات اصلی بدون اختلاط با سایر اثرات عاملی قابل برآورد هستند. با این وجود، استفاده از طرح‌های کامل به دلیل نیاز به تعداد اجراهای زیاد در عمل با محدودیت روبرو است؛ به همین دلیل طرح‌های عاملی کسری کاربرد بیشتری دارند. اما در استفاده از طرح‌های کسری تضمینی برای برآورد بدون اختلاط اثرات اصلی وجود ندارد. غلبه بر این مشکل، با استفاده از تعداد اجراهای اضافی امکان‌پذیر است. با این وجود، برآوردپذیری اثرات متقابل دو عاملی کنترل-اغتشاش نیز توسط قضیه زیر تضمین می‌شود.

قضیه ۰.۱ (موکرجی و وو، ۲۰۰۶) در آرایه متقاطع، تمام اثرات متقابل دو عاملی بین عوامل کنترل و اغتشاش اثراتی بدون اختلاط هستند.

۳.۲ آرایه منفرد

به منظور کاهش تعداد اجراهای آزمایش لازم است طرح‌های کسری بر اساس معیارهای کمترین انحراف و بیشترین وضوح به گونه‌ای انتخاب شوند که اثرات اصلی و اثرات متقابل مرتبه پایین، بدون اختلاط با سایر اثرات مورد علاقه قابل برآورد باشند (وو و هامادا، ۲۰۰۹). یک روش جایگزین برای ترکیب کردن سطوح عامل‌های کنترل و عامل‌های اغتشاش، استفاده از آرایه‌ای است که در آن بخشی از ستون‌ها در ماتریس طرح به عامل‌های کنترل و بخش دیگر به عامل‌های اغتشاش اختصاص داده شوند. بنابراین آرایه‌ای که بدون ضرب مستقیم آرایه‌های درونی و بیرونی به دست می‌آید، آرایه منفرد نامیده می‌شود.

مثال ۲. با توجه به شرایط مثال ۱، می‌توان از طرح کسری منظم 2^{5-1} با ۱۶ اجرا استفاده کرد. با در نظر گرفتن یک طرح تجزیه ۵ با رابطه معرف $I = ABCDE$ ، می‌توان نتیجه گرفت همه اثرات اصلی و اثرات متقابل دوعاملی همگی بدون اختلاط برآورد می‌شوند. این مثال نشان می‌دهد که آرایه منفرد چگونه می‌تواند بدون از دست دادن اثرات عاملی مورد علاقه، تعداد اجراهای مورد نیاز آزمایش را کاهش دهد.

۳.۳ رتبه اهمیت اثرات عاملی

در آزمایش‌های پارامتر-استوار اهمیت اثرات متقابل دوعاملی بین عامل‌های کنترل و اغتشاش با اثرات اصلی یکسان است؛ که در حقیقت نوعی تضاد با اصل سلسله مراتبی است. (وو و ژو، ۲۰۰۳) برای غلبه بر این دوگانگی، ضابطه‌ای برای تعیین اهمیت اثرات عاملی در آزمایش‌های پارامتر-استوار به صورت زیر ارائه کردند. اگر C و N به ترتیب معرف عامل کنترل و عامل اغتشاش باشند، وزن هر اثر عاملی متشکل از i عامل کنترل و j عامل اغتشاش به صورت

$$w(i, j) = \begin{cases} 1 & \max(i, j) = 1 \\ i & i > j, i \geq 2 \\ j + \frac{1}{j} & i \leq j, j \geq 2. \end{cases}$$

تعریف می‌شود. بر این اساس برای مقادیر $w = 1, 2, 2.5, \dots$ فرض کنید K_w مجموعه اثرات عاملی با وزن w باشد. در این صورت با توجه به مجموعه‌های $K_1 = \{C, N, CN\}$ ، $K_2 = \{CC, CCN\}$ و $K_{2.5} = \{CCNN, CNN, NN\}$ ، می‌توان اصول زیر را برای اثرات عاملی تعریف کرد.

الف- اثرات عاملی با وزن کمتر مهم‌تر از اثرات با وزن بالاتر هستند.

ب- اثرات عاملی با وزن یکسان از اهمیت یکسانی برخوردارند.

وو و ژو (۲۰۰۳) با فرض ناچیز بودن اثرات در مجموعه‌های با $w > 2.5$ و بر اساس روابط هم‌اثری ممکن بین اثرات فاکتوریل موجود به دست آمده از روابط معرف طرح‌ها، معیاری برای ارزیابی ظرفیت برآورد طرح‌ها معرفی کردند.

۴ مدل کاوش با یک عامل اغتشاش

اکنون فرض کنید مدل (۱) برای یک آزمایش پارامتر استوار به صورت مدل مختلط

$$y(x, z) = X\beta_c + Z\beta_n + W_T\beta_T + \epsilon, \quad \text{Var}(\epsilon) = V, \quad (۴)$$

بازنویسی شود. که در آن X ، Z به ترتیب ماتریس طرح متناظر با اثرات اصلی عامل‌های کنترل و عامل اغتشاش هستند و W_2 ماتریس طرح مربوط به کلیه اثرات متقابل بین عامل‌های موجود در آزمایش و بردارهای β_c, β_n و β_2 نیز به ترتیب متناظر با اثرات اصلی کنترل، اثرات اصلی اغتشاش و اثرات متقابل نامعلوم هستند. فرض کنید بر اساس اطلاعات قبلی، آزمایشگر از وجود حداقل k اثر متقابل فعال در مجموعه β_2 آگاه است و با هدف شناسایی و برآورد این اثرات و همچنین برآورد پارامترهای بردار $\beta_1 = (\beta_c, \beta_n)^t$ آزمایش را طراحی می‌کند. با توجه به اهمیت اثرات متقابل کنترل-اغتشاش در آزمایش‌های پارامتر-استوار، با فرض غیرفعال بودن اثرات متقابل کنترل-کنترل و اثرات متقابل مراتب بالاتر کنترل و اغتشاش، بردار پارامتری β_2 را محدود به مجموعه اثرات متقابل دو عاملی کنترل-اغتشاش در نظر بگیرید. بنابراین مقادیر ثابت $x^t = (C_1, C_2, \dots, C_p)$ را متناظر با p عامل کنترل و z را برای اثر تصادفی یک عامل اغتشاش در نظر بگیرید. در این شرایط، مدل (۴) معادل با مدل

$$y(x, z) = \beta_0 + x^t \beta_c + z \beta_n + x^t \beta_2 z + \epsilon, \quad (5)$$

است، که در آن β_c و β_n به ترتیب اثرات متناظر با عامل‌های کنترل و عامل اغتشاش هستند و β_2 اثرات متقابل بین عامل‌های کنترل و عامل اغتشاش را نشان می‌دهد. در این حالت، کلیه اثرات اصلی در تمام مدل‌های ممکن منظور شده‌اند و تنها بخش غیرمشترک مدل‌ها به اثرات متقابل مربوط می‌شوند. در مباحث طرح پارامتر-استوار به منظور مدل‌سازی پاسخ فرض می‌شود که عامل اغتشاش دارای توزیع نرمال با واریانس معلوم است (رابینسون و همکاران، ۲۰۰۴) و (میرو و کاستیلو، ۲۰۰۴).

فرع ۱. در مدل (۴) اگر متغیرهای تصادفی z و ϵ مستقل و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و با واریانس‌های به ترتیب σ_z^2 و σ_ϵ^2 باشند، روابط

$$E_{z,\epsilon}[y(x, z)] = \beta_0 + x^t \beta_c, \quad \text{Var}_{z,\epsilon}[y(x, z)] = \beta_n^t \sigma_z^2 + [x^t \beta_2]^t \sigma_z^2 + \sigma_\epsilon^2.$$

میانگین و واریانس غیرشرطی متغیر پاسخ را نشان می‌دهند.

واضح است که با وجود حداقل یک اثر متقابل بین عامل‌های کنترل و عامل اغتشاش در بردار β_2 ، واریانس متغیر پاسخ متأثر از سطوح عامل‌های کنترل است. با وجود اثر متقابل بین یکی از عامل‌های کنترل و عامل اغتشاش گوئیم x^t دارای اثر پراکندگی است. در اینجا برای عامل اغتشاش دو سطح بالا و پایین، یعنی $z = \pm 1$ متناظر با دامنه تغییرات این عامل انتخاب می‌شود. برای روشن شدن مطلب، مدل شرطی

$$E[y|x, z] = \beta_0 + x^t \beta_c + z \beta_n + x^t \beta_2 z. \quad (6)$$

را بر اساس مدل (۴) و در یک سطح عامل اغتشاش در نظر بگیرید. بدیهی است با در نظر گرفتن تغییرات

عامل اغتشاش که آن را با σ_z^2 نمایش می‌دهیم، تغییرات میانگین شرطی (۶) برابر است با $\text{Var}[E(y|x, z)] = \sigma_z^2 [\beta_n + x^t \beta_{\text{r}}]^2$. بنابراین، برای کاهش تغییرپذیری میانگین پاسخ ضروری است عامل‌های کنترل دارای اثر پراکندگی شناسایی شوند؛ که این با توجه به رابطه واریانس در فرع ۱ مستلزم شناسایی اثرات متقابل فعال بین عامل‌های کنترل و اغتشاش است. با فرض اینکه تعداد این اثرات فعال k باشد، مسئله طرح پارامتر-استوار عملاً یک مسئله انتخاب مدل است. با وجود p عامل کنترل و یک عامل اغتشاش، مجموعه S را شامل $s = \binom{p+1}{k}$ مدل ممکن به صورت

$$S = \{M_i : y(x, z) = \beta_0 + x^t \beta_c + z \beta_n + x_i^t \beta_{\text{r}i} z + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, s\}, \quad (7)$$

در نظر بگیرید. با توجه به لزوم انتخاب طرح مناسب برای آزمایش با هدف شناسایی مدل درست، با پیروی از [سریواستاوا \(۱۹۷۵\)](#)، [طالبی و اسمعیل زاده \(۲۰۱۱\)](#) و [گوش و فلورس \(۲۰۱۳\)](#) با تکیه بر پارامترهای غیرمشترک مدل‌ها معیار طرح جدیدی معرفی می‌شود.

برای هر مدل M_i ($i = 1, \dots, s$) در مجموعه S ، مقدار برآورد متغیر پاسخ تحت مقادیر ثابت x و z به دو بخش کنترل و اغتشاش به صورت

$$\begin{aligned} \hat{y}(x, z) &= \hat{\beta}_0 + x^t \hat{\beta}_c + \hat{\beta}_n z + x_i^t \hat{\beta}_{\text{r}i} z \\ &= \underbrace{\hat{\beta}_0 + x^t \hat{\beta}_c}_{\text{بخش کنترل مدل}} + \underbrace{(\hat{\beta}_n + x_i^t \hat{\beta}_{\text{r}i}) z}_{\text{بخش اغتشاش مدل}} \\ &= \hat{y}_{(c)}(x) + \hat{y}_{(n)}(x, z) \end{aligned}$$

به دست می‌آید؛ که در آن x_i سطوح عامل‌های کنترل موجود در اثر متقابل دو عاملی کنترل-اغتشاش برای i -امین مدل است. از آن‌جا که تفاوت بین مدل‌های رقیب ناشی از بخش اغتشاش آن‌ها است، تغییرات تصادفی ناشی از وجود عامل اغتشاش نیز علاوه بر پارامترهای غیرمشترک مدل‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد. در این راستا، گزاره زیر ارائه می‌شود.

گزاره ۲. برای مدل M_i در مجموعه مدل‌های S ، واریانس برآورد بخش اغتشاش مدل برابر است با $Q(x_i)$ که در آن

$$Q(x_i) = \text{Var}(\hat{\beta}_n + x_i^t \hat{\beta}_{\text{r}i}).$$

برهان: می‌دانیم

$$\begin{aligned}\text{Var}_{\hat{\beta}_n, \hat{\beta}_{ri}}[\hat{y}_{(n)}(x, z)] &= \text{Var}_{\hat{\beta}_n, \hat{\beta}_{ri}}[\hat{\beta}_n z + x_i^t \hat{\beta}_{ri} z] \\ &= \text{Var}_{\hat{\beta}_n, \hat{\beta}_{ri}}[(\hat{\beta}_n + x_i^t \hat{\beta}_{ri}) z] \\ &= z^T \text{Var}(\hat{\beta}_n + x_i^t \hat{\beta}_{ri}) \\ &= z^T Q(x_i).\end{aligned}\quad (۸)$$

با توجه به مقادیر دو سطح عامل اغتشاش $z^T = ۱$ و اثبات کامل است.

رابطه (۸) نشان می‌دهد که علاوه بر اثرات متقابل کنترل-اغتشاش، واریانس برآورد پارامترهای مدل M_i نیز در کاهش واریانس متغیر پاسخ نقش دارند. بنابراین، شناسایی و استفاده از طرحی که توانایی برآوردیابی پارامترها را با بیشترین دقت داشته باشد از اهمیت فراوانی برخوردار است. براساس نتایج **کاستیلو و همکاران** (۲۰۰۷)، رابطه (۸) از آن جهت دارای اهمیت است که در آن مقدار $Q(x_i)$ برآورد شیب مدل (۳) در جهت عامل اغتشاش است و کارایی برآورد واریانس پاسخ (رابطه واریانس در فرع ۱) را معین می‌کند. اما با توجه به ترکیبات تیماری مختلف عامل‌های کنترل در اجراهای آزمایش، میزان کارایی برآورد پاسخ برای همه اجراهای آزمایش لزوماً یکسان نیست. با فرض آن که $Q_j(x_i)$ نمایش رابطه (۸) برای اجرای j -ام آزمایش تحت مدل M_i باشد؛ برای یک آزمایش عاملی با m اجرا، ماتریس قطری مربعی $Q(M_i)$ زیر با عناصر $Q_j(M_i)$ به صورت

$$Q(M_i) = \begin{pmatrix} Q_1(M_i) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2(M_i) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q_m(M_i) \end{pmatrix},$$

تعریف می‌شود. با معرفی معیار

$$V(M_i) = \text{trace}(Q(M_i)) \quad (۹)$$

مجموع واریانس برآورد پاسخ‌های ایجاد شده توسط بخش اغتشاش مدل اندازه‌گیری می‌شود. برای فهم بهتر عبارت (۸) و در نتیجه معیار (۹) مدل M_i شامل p عامل کنترل، یک عامل اغتشاش و k اثر متقابل دو عاملی بین عامل‌های کنترل و اغتشاش به صورت $y = W\xi + \varepsilon$ بازنویسی می‌شود، که در آن $W = [1 : X : Z : W_{ri}]$ و ξ برداری

با $(1 + p + 1 + k)$ سطر است. در این صورت ماتریس واریانس برآورد پارامترهای مدل یعنی $\text{Var}(\hat{\xi})$ به صورت

$$(W^t W)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & C_1 & \dots & C_p & N & (CN)_1 & \dots & (CN)_k \\ \hline & & & & \sigma_n^2 & & & \\ & & & & \Sigma_{(n, \tau i)} & & \Sigma_{\tau i} & \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_p \\ N \\ (CN)_1 \\ \vdots \\ (CN)_k \end{matrix}.$$

محاسبه می‌شود؛ که در آن $\sigma_n^2 = \text{Var}(\hat{\beta}_n)$ ، $\Sigma_{\tau i} = \text{Var}(\hat{\beta}_{\tau i})$ و $\Sigma_{(n, \tau i)} = \text{Cov}(\hat{\beta}_n, \hat{\beta}_{\tau i})$. بنابراین $Q(x_i)$ در رابطه (۸) توسط

$$\begin{aligned} Q(x_i) &= \text{Var}(\hat{\beta}_n + x_i^t \hat{\beta}_{\tau i}) \\ &= [\text{Var}(\hat{\beta}_n) + x_i^t \text{Var}(\hat{\beta}_{\tau i}) x_i + \tau x_i^t \text{Cov}(\hat{\beta}_n, \hat{\beta}_{\tau i})] \\ &= [\sigma_n^2 + x_i^t \Sigma_{\tau i} x_i + \tau x_i^t \Sigma_{(n, \tau i)}]. \end{aligned} \quad (10)$$

به دست می‌آید. با توجه به این که معیار (۹) از طریق زیرماتریس‌هایی از ماتریس واریانس و همچنین سطوح عامل‌های x_i به طرح وابسته است، می‌تواند به عنوان معیاری برای مقایسه برتری طرح‌ها در تعیین مدل درست و به عبارت دیگر شناسایی اثرات متقابل فعال کنترل-اغتشاش به کار رود.

۵ طرح برتر برای شناسایی مدل درست

در اغلب موارد بر اساس هدف آزمایش، بیش از یک طرح برای اجرای آزمایش وجود دارد که برای دستیابی به حداکثر اطلاعات ممکن لازم است آزمایشگر مناسب‌ترین طرح را برگزیند. انتخاب طرح برتر نیازمند استفاده از معیاری است که با توجه به هدف آزمایش تعیین می‌شود. طرح‌های واریانس مشترک همه پارامترهای غیرمشترک مدل‌های ممکن را با دقت یکسانی برآورد می‌کنند؛ از این رو استفاده از چنین طرح‌هایی در کاهش بروز خطا در شناسایی مدل درست موثر هستند. بنابراین استفاده از معیاری مبتنی بر ایده طرح واریانس مشترک می‌تواند رویکرد

۱۵۲ معیاری برای ارزیابی طرح‌های کاوش در آزمایش‌های پارامتر-استوار

مناسبی برای انتخاب مدل به منظور کنترل فرایند در آزمایش‌های پارامتر استوار باشد. نکته قابل توجه در طرح‌های واریانس مشترک آن است که ممکن است همواره چنین طرح‌هایی وجود نداشته باشند. بنابراین، برای هر کدام از مدل‌های $M_1, \dots, M_s$ ، مقدار (۹) می‌تواند متفاوت باشد. **چودری و همکاران (۲۰۲۰)** با تضعیف شرط برابری واریانس برآورد پارامتر غیرمشترک مدل‌ها، روشی را برای یافتن طرح‌های نزدیک به طرح واریانس مشترک ارائه کردند. فرض کنید

$$\min_i V(M_i) = \min\{V(M_1), \dots, V(M_s)\},$$

$$\max_i V(M_i) = \max\{V(M_1), \dots, V(M_s)\}.$$

تعریف ۲. در یک آزمایش پارامتر-استوار، طرح کاوش T یک طرح واریانس مشترک نامیده می‌شود هرگاه

$$\max_i V(M_i) = \min_i V(M_i) = V(T).$$

در این صورت اگر T_1 و T_2 دو طرح کاوش واریانس مشترک با تعداد اجراهای یکسان باشند، طرح T_1 برتر از T_2 است هرگاه $V(T_1) < V(T_2)$ باشد.

تعریف ۳. میزان همگرایی هر طرح کاوش T به طرح واریانس مشترک را می‌توان توسط نسبت

$$R(T) = \frac{\min_i V(M_i)}{\max_i V(M_i)}$$

ارزیابی کرد؛ که $R(T) \leq 1$ است. بر اساس این معیار، مقادیر نزدیک به یک نشان‌دهنده همگرایی زیاد طرح مورد نظر با طرح واریانس مشترک است. بنابراین اگر T_1 و T_2 دو طرح کاوش با تعداد اجراهای یکسان باشند، طرح T_1 برتر از T_2 است هرگاه $R(T_1) > R(T_2)$ باشد.

۶ مثال عددی

آزمایشی با چهار عامل دوسطحی را در نظر بگیرید. به این منظور، سه طرح $D_1 - D_3$ را به کار می‌بریم. D_1 یک آرایه متعادل و D_2 تصویر طرح پلاکت-برمن روی ۴ ستون است (اسمعیل‌زاده و طالبی، ۱۳۸۷)؛ D_3 نیز طرح اثر اصلی متعادل است. این طرح‌ها بر حسب معیار EKL معرفی شده توسط **طالبی و اسمعیل‌زاده (۲۰۱۱)** همگی دارای مقدار $10/6667$ هستند؛ بنابراین از نظر شناسایی مدل طرح‌هایی هم‌ارز هستند. بر اساس معیار واریانس-مشترک معرفی شده در **گوش و فلورس (۲۰۱۳)**، طرح D_1 و D_3 معادل یکدیگرند و عملکرد بهتری نسبت به D_2 دارند. قابل ذکر است که معیارهای فوق، اثرات مکانی عامل‌ها را مورد مطالعه قرار داده‌اند و اثر پراکندگی مورد

جدول ۱. طرح‌های ۴ عاملی با ۱۲ اجرا

D_1				D_2				D_3			
+	+	+	+	-	+	-	+	+	+	+	+
+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	-	-
+	+	-	-	-	+	+	-	+	-	-	-
+	-	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-
+	-	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-
+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+
-	+	+	-	+	+	+	-	+	+	-	-
-	+	-	+	+	+	-	-	+	-	+	-
-	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	+
-	-	+	+	-	-	-	+	-	+	+	-
-	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+

توجه قرار نگرفته است. اکنون فرض کنید طرح‌ها در یک آزمایش پارامتر استوار شامل سه عامل کنترل و یک عامل اغتشاش مورد استفاده قرار گیرند. در این جا با استفاده از شاخص‌های ارائه شده در این مقاله طرح‌ها برای شناسایی k اثر متقابل کنترل-اغتشاش مقایسه شده‌اند که نتایج در جدول ۲ ثبت شده است. بر اساس نتایج به دست آمده،

جدول ۲. مقایسه طرح‌ها در یک آزمایش استوار-پارامتر

k	طرح	کمترین واریانس	بیشترین واریانس	R
۱	D_1	۲/۱۲۵۰	۲/۱۲۵۰	۱/۰۰۰۰
	D_2	۲/۲۸۵۰	۲/۲۸۵۰	۱/۰۰۰۰
	D_3	۲/۱۲۵۰	۲/۲۵۰۰	۰/۹۴۴۴
۲	D_1	۲/۹۶۸۰	۲/۹۶۸۰	۱/۰۰۰۰
	D_2	۳/۶۲۵۰	۴/۰۰۰۰	۰/۹۰۶۰
	D_3	۲/۶۲۵۰	۳/۳۷۵۰	۰/۷۷۷۷

طرح D_1 برای حالات $k = ۱$ و $k = ۲$ طرحی واریانس مشترک است؛ که یک ویژگی مطلوب برای شناسایی مدل درست به شمار می‌رود. در حالی که واریانس مشترک بودن طرح D_2 در حالت $k = ۲$ محفوظ نمانده است. در هر دو حالت $k = ۱$ و $k = ۲$ طرح D_1 بهتر از D_2 و D_2 بهتر از D_3 است. بنابراین رتبه‌بندی طرح‌ها بر اساس معیار معرفی شده، با نتایج معیارهای موجود و بدون توجه به عامل اغتشاش متفاوت است.

بحث و نتیجه‌گیری

آزمایش‌های پارامتر-استوار چارچوبی برای استوارسازی متغیر پاسخ نسبت به تغییرات ناشی از عامل‌های اغتشاش هستند. در این آزمایش‌ها اغلب از طرح‌های عاملی کسری برای کاهش تعداد اجراهای مورد نیاز استفاده می‌شود. رده مهمی از طرح‌های اقتصادی، طرح‌های کاوش هستند که با فرض غیرفعال بودن برخی اثرات متقابل مرتبه بالا تعداد اجراهای مورد نیاز آزمایش را به شدت کاهش می‌دهند. در این مقاله استفاده از طرح‌های کاوش برای آزمایش‌های پارامتر-استوار پیشنهاد و با توجه به نامعلوم بودن اثرات متقابل فعال، توانایی طرح‌های کاوش در شناسایی مدل درست ارزیابی گردید. بدین منظور با استفاده از ویژگی‌های طرح واریانس مشترک، معیاری برای شناسایی طرح برتر از نظر توانایی کاوش مدل درست معرفی شد. با توجه به نتایج عددی به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت که رتبه‌های طرح‌های کاوش بر اساس معیارهای موجود نمی‌توانند مبنای مقایسه طرح‌ها در آزمایش پارامتر-استوار باشند. بنابراین معیار ارائه شده در این مقاله پرکننده خلاء موجود در ارزیابی و مقایسه طرح‌های پارامتر-استوار است که می‌تواند در تعیین طرح برتر مفید باشد. نکته قابل توجه این‌که، با در نظر گرفتن اثرات پراکندگی و استفاده از معیارهای معرفی شده قدرت تفکیک‌پذیری طرح‌ها افزایش می‌یابد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از داوران و ویراستار محترم مجله که با پیشنهادات خود باعث بهبود سطح کیفی و افزایش غنای مقاله شده‌اند کمال تشکر و قدردانی را دارند.

مراجع

اسمعیل‌زاده، ن.، طالبی، ه. (۱۳۸۷)، خاصیت کاوش پسا مرحله‌ای تصویر طرح پلاکت-برمن ۱۲ اجرایی، مجله علوم آماری، ۲، ۱۴۹-۱۶۲.

Atkinson, A. C., and Fedorov, V. (1975). The Designs of Experiments for Discriminating Between Two Rival Models, *Biometrika*, **62**, 57-70.

Chowdhury, S., Lukemire, J., and Mandal, A. (2020). A-ComVar: A Flexible Extension of Common Variance Designs, *Journal of Statistical Theory and Practice*, **14**(1), 1-49.

Del Castillo, E., Alvarez, M. J., Ilzarbe, L., and Viles, E. (2007), A New Design Cri-

terion for Robust Parameter Experiments. *Journal of Quality Technology*, **39**(3), 279-295.

Ghosh, S., and Chowdhury, S. (2017), CV, ECV, and Robust CV Designs for Replications under a Class of Linear Models in Factorial Experiments. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **188**, 1-7.

Ghosh, S., and Flores, A. (2013), Common Variance Fractional Factorial Designs and Their Optimality to Identify a Class of Models. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **143**(10), 1807-1815.

Kackar, R. N. (1985), Off-line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method. *Journal of Quality Technology*, **17**(4), 176-188.

Lopez-Fidalgo, J. Tommasi, C. and Trandafir, P.C. (2007), An Optimal Experimental Design Criterion for Discrimination Between Non-Normal Models, *J. R. Statist. Soc.*, **B69**, 231-242.

Miro, G., and Del Castillo, E. (2004), Two Approaches for Enhancing The Dual Response Approach to Robust Parameter Design, *Journal of Quality Technology*, **36**(2), 154-168.

Montgomery, D. C. (2017), *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons.

Mukerjee, R., and Wu, C. F. (2006), *A Modern Theory of Factorial Design*. New York: Springer.

Myers, R. H., D. C. Montgomery, and C. M. Anderson-Cook (2016). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. 4th edition. Wiley, New York.

Robinson, T. J., Borror, C. M., and Myers, R. H. (2004), Robust Parameter Design: A Review, *Quality and Reliability Engineering International*, **20**(1), 81-101.

Sadeghi, S., and Talebi, H. (2020), Bayesian Criteria for Non-Zero Effects Detection Under Skew-Normal Search Model, *REVSTAT-Statistical Journal*, **18**(3), 311-323.

- Shirakura, T. Takahashi, T. and Srivastava, J. N. (1996), Searching Probabilities for Case, *Annals of Statistics*, **24**(6), 2560-2568.
- Srivastava, J.N. (1975), Designs for Searching Non-Negligible Effects, *A Survey of Statistical Design and Linear Models*, (J.N. Srivastava, ED.), 507-519, North-Holland, Amsterdam.
- Stigler, S. M. (1971), Optimal Experimental Design for Polynomial Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 66(334), 311-318.
- Taguchi, G. (1978), Off-line and On-line Quality Control Systems, *Proceedings of International Conference on Quality Control*, Tokyo, Japan.
- Taguchi, G. (1987), *System of Experimental Design*. White Plains, NY: Unipub/Kraus.
- Taguchi, G., Y. Wu. (1980), *Introduction to Off-line Quality Control*. Central Japan Quality Control Association, Nagoya, Japan.
- Talebi, H., and Esmailzadeh, N. (2011), Using Kullback-Leibler Distance for Performance Evaluation of Search Designs Comparison, *Bulletin of the Iranian Mathematical Society*, **37**(4), 269-279.
- Talebi, H., and Esmailzadeh, N. (2011), Weighted searching probability for classes of equivalent search designs Comparison. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 40(4), **40**(4), 635-647.
- WU, J. AND HAMADA, M. (2009), *Experiments, Planning, Analysis and Optimization*, Wiley Series in Probability and Statistics.
- Wu, C.F.J. and Y. Zhu (2003), Optimal Selection of Single Arrays for Parameter Design Experiments, *Statistica Sinica*, **13**, 1179-1199.