مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۹
جلد ۴، شماره ۱، ص ۷۷–۸۸

تعیین اندازهٔ نمونهٔ بیزی برای توزیع نرمال با استفاده از فاصله‌های با کمترین زیان پسین

نرگس نجفی[۱]، حسین بیورانی[۲]
[۱]دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ماکو
[۲]دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه تبریز

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۱۰/۱۰ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۸۹/۵/۱۲

چکیده : در این مقاله ابتدا به معرفی فاصله‌های p–تحمل با کمترین زیان پسین پرداخته و سپس به کمک تابع زیان توان دوم خطا و استفاده از سه روش متوسط طول، متوسط همگرایی و بدترین برآمد به محاسبهٔ اندازهٔ نمونه برای برآورد پارامتر θ در توزیع نرمال با توزیع پیشین نرمال پرداخته می‌شود.

واژه‌های کلیدی : ا ستنباط بیزی، تابع زیان توان دوم خطا، ناحیه‌های با کمترین زیان پسین.

۱ مقدمه

یکی از روش‌های تعیین اندازهٔ نمونه استفاده از برآورد فاصله‌ای است. در آمار کلاسیک، دسو و رواگاوار (۱۹۹۰)، لیپسی (۱۹۹۰) و لمشو و همکاران (۱۹۹۰) فرمول‌هایی برای اندازهٔ نمونه برای توزیع نرمال با استفاده از فاصلهٔ اطمینان $100p$ درصد و طول ℓ به‌دست آورده‌اند. فاصله‌های اطمینان کلاسیک اغلب برای تعیین

آدرس الکترونیک مسئول مقاله: نرگس نجفی، narges_najafi63@yahoo.com
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۰۰): ۶۲F۱۵

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.17.5]

اندازهٔ نمونه برای آزمایش‌های بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرند. محقق با مشخص کردن سطح اطمینان p و با فرض این‌که طول فاصلهٔ اطمینان برابر ℓ باشد، معادله را برحسب n حل کرده و اندازهٔ نمونهٔ مناسب را به صورت $n = (\frac{2q\sigma}{\ell})^2$ به‌دست می‌آورد، که در آن q چندک p درصد از توزیع مورد نظر است. در عمل معمولاً واریانس نامعلوم بوده و از برآورد آن استفاده می‌شود. مسئله‌ای که از اندازهٔ نمونهٔ به دست آمده آشکار است این است که

۱) هرچه سطح اطمینان p افزایش یابد، اندازهٔ نمونه نیز بیشتر می‌شود.

۲) هر چه طول فاصله کوچکتر شود، اندازهٔ نمونه بزرگتر می‌شود و بالاخره واریانس‌های بزرگتر منجر به اندازهٔ نمونهٔ بزرگتری می‌شوند.

اخیراً برای برآورد اندازهٔ نمونهٔ بیزی روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. آدکوک (۱۹۸۸ و ۱۹۹۷) و فام‌گیا و ترکان (۱۹۹۲) روش بیزی را برای برآورد فاصله‌ای بر اساس تقریب‌های نرمال، چگالی‌های پسین بر اساس میانگین‌ها و واریانس‌های پسین به کار بردند.

هدف از این مقاله برآورد اندازه نمونه بیزی بر اساس فاصله‌های با کمترین زیان پسین[۱] (LPL) است. در این مقاله با به کار بردن نظریه تصمیم و استفاده از تابع زیان به کمک سه روش متوسط طول[۲] (ALC)، متوسط پوشش[۳] (ACC) و بدترین برآمد[۴] (WOC)، اندازهٔ نمونهٔ بهینه را برای برآورد پارامتر θ در توزیع نرمال به‌دست آورده می‌شود. جوزف و همکاران (۱۹۹۵ و ۱۹۹۷) و جوزف و بلیسل (۱۹۹۱) این سه روش را براساس فاصله‌های با چگالی پسین مرتفع[۵] (HPD) برای تعیین اندازهٔ نمونه بیزی برای پارامتر دو جمله‌ای و برای تفاضل نسبت‌های دوجمله‌ای و برآورد میانگین نرمال و تفاضل میانگین‌های نرمال به کار بردند و تا آنجایی که مولفین بررسی کرده‌اند، استفاده از این سه روش برای یافتن اندازهٔ نمونهٔ بیزی براساس

۱ Lowest Posterior Loss

۲ Average Length Criterion

۳ Average Coverage Criterion

۴ Worst Outcome Criterion

۵ Highest Posterior Density

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.17.5]

فاصله‌های با کمترین زیان پسین انجام نشده است.

۲ فاصله‌های با کمترین زیان پسین برای توزیع نرمال

فرض کنید $\underline{X} = (X_۱, \ldots, X_n)$ نمونهٔ تصادفی به اندازهٔ n از توزیع نرمال $N(\theta, \sigma^۲)$ باشد، که در آن $\sigma^۲$ معلوم است. همچنین فرض کنید θ متغیری تصادفی از توزیع نرمال $N(\mu, \tau^۲)$ است، که در آن μ و τ نیز معلوم هستند. اگر $\bar{x} = \frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n} x_i$ میانگین این نمونهٔ nتایی از x_iها باشد، با استفاده از قضیهٔ بیز توزیع پسین θ نرمال $N(\mu_n(\bar{x}), Var(\theta \mid \bar{x}))$ خواهد بود، که در آن

$$\mu_n(\bar{x}) = \frac{\sigma^۲}{\sigma^۲ + n\tau^۲}\mu + \frac{n\tau^۲}{\sigma^۲ + n\tau^۲}\bar{x} \qquad (۱)$$

$$Var(\theta \mid \bar{x}) = \frac{\sigma^۲\tau^۲}{\sigma^۲ + n\tau^۲} = \sigma_n^۲ \qquad (۲)$$

همچنین توزیع پیشگو برای $\bar{x}$ نیز نرمال $N(\mu, \sigma'_n)$ است، که در آن $\sigma'_n = \frac{\sigma^۲ + n\tau^۲}{n}$ (برناردو و اسمیت، ۱۹۹۴).

فرض کنید تابع زیان توان دوم خطا به صورت $L(\theta, \delta(\underline{x})) = (\delta(\underline{x}) - \theta)^۲$ باشد، در این صورت فاصلهٔ p-تحمل با کمترین زیان پسین برای توزیع نرمال زیرمجموعه‌ای به‌صورت R_p^ℓ از فضای پارامتر است، هرگاه داشته باشیم

$$i) \qquad \int_{R_p^l} N(\theta \mid \mu_n(\bar{x}), \sigma_n^۲)d\theta = p$$

$$ii) \qquad \forall\delta \in R_p^\ell, \;\; \forall\delta' \notin R_p^\ell, \;\; R(\pi, \delta) \leq R(\pi, \delta')$$

که در آن $R(\pi, \delta(\underline{x})) = \int_{-\infty}^{+\infty} N(\theta \mid \mu_n(\bar{x}), \sigma_n^۲)(\delta(\underline{x}) - \theta)^۲ d\theta$ مخاطره پسین است و $\mu_n(\bar{x})$ و $\sigma_n^۲$ در روابط (۳) و (۲) آمده است. بنابراین داریم

$$\begin{aligned} R(\pi, \delta(\underline{x})) &= \int_{-\infty}^{+\infty} N(\theta \mid \mu_n(\bar{x}), \sigma_n^۲)(\delta(\underline{x}) - \theta)^۲ d\theta \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} N(\theta \mid \mu_n(\bar{x}), \sigma_n^۲)(\delta^۲(\underline{x}) - ۲\delta(\underline{x})\theta + \theta^۲)d\theta \\ &= \delta^۲(\underline{x}) - ۲\delta(\underline{x})E(\theta \mid \underline{x}) + E(\theta^۲ \mid \underline{x}) \end{aligned}$$

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.17.5]

$$= \quad \delta^{۲}(\underline{x}) - ۲\delta(\underline{x})\mu_n(\bar{x}) + (\sigma_n^{۲} + \mu_n^{۲}(\bar{x})) \qquad (۳)$$

برای مقادیر مشخص $\sigma^{۲}$، μ، $\tau^{۲}$، n و $\bar{x}$ مخاطره پسین، تابع درجه دوم از برآوردگر $\delta(\underline{x})$ است. بنابراین با روش‌های عددی می‌توان مقادیری از $\delta(\underline{x})$ را چنان انتخاب کرد که ضمن مینیمم کردن مخاطره پسین، مساحت سطح زیر نمودار تابع چگالی پسین برای این مقادیر، مقدار ثابت p باشد. به این ترتیب فاصلهٔ با کمترین زیان پسین به‌دست آورده می‌شود. به‌عنوان مثال اگر $\sigma^{۲} = ۱$، $\mu = ۱$، $\tau^{۲} = ۰/۱$، $n = ۱۰$ و $\bar{x} = ۰/۵$ باشند، معادلهٔ مخاطره پسین به‌صورت

$$R(\pi, \delta(\underline{x})) = \delta^{۲}(\underline{x}) - ۰/۷۵\delta(\underline{x}) + ۰/۶۱$$

به دست می‌آید، که با حل عددی آن به ازای مقادیر مختلف مخاطره پسین فاصله‌ای با کمترین زیان پسین به صورت (۱/۳۸۰۵ و ۰/۱۱۹۵) به‌دست می‌آید. برای این معادله، ۴۴/۵ درصد از نقاط زیر خط مخاطره پسین قرار دارند.

۳ اندازهٔ نمونهٔ بیزی با استفاده از فاصله‌های با کمترین زیان پسین

برای تعیین اندازهٔ نمونه به یک فاصلهٔ تحمل و استفاده از سه روش متوسط طول، متوسط پوشش و بدترین برآمد نیازمند است. آدکوک (۱۹۸۸) پیشنهاد کرد فاصلهٔ به‌کار گرفته شده فاصله‌ای متقارن حول میانگین پسین $R_p^l = E(\theta \mid \underline{x}) \pm \frac{\ell}{۲}$ باشد، که در آن ℓ، طول معلوم است. جوزف و همکاران (۱۹۹۷) ناحیه‌ای به‌صورت

$$R_p^{\ell} = [a, a + \ell]$$

پیشنهاد کردند، که در آن l از قبل معلوم است و a چنان تعیین می‌شود که فاصلهٔ R_p^{ℓ} یک فاصله با چگالی پسین مرتفع باشد. اگر چه در کل، نتیجهٔ حاصل از این دو روش متفاوت است، ولی با توجه به اینکه برای توزیع‌های تک‌مدی و متقارن مانند توزیع نرمال، ناحیهٔ با چگالی پسین مرتفع، فاصله‌ای متقارن حول میانگین است، پس نتیجه‌ای مشابه دو روش به‌دست می‌آید.

در حالتی که واریانس توزیع نرمال معلوم است و هدف برآورد میانگین باشد، چون $\sigma_n^{۲}$ فقط به n بستگی دارد و مستقل از مقادیر مشاهدات است، آدکوک و

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.17.5]

جوزف (۱۹۸۸) به این نتیجه رسیدند که هر سه روش متوسط طول، متوسط پوشش و بدترین برآمد منجر به نتیجه مشابهی به‌صورت

$$2Z_{\frac{p}{2}}\sqrt{\sigma_n^2} \leq \ell \;\xrightarrow{\sigma_n^2=\frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2+n\tau^2}}\; n \geq \frac{4\sigma^2 Z_{\frac{p}{2}}^2}{\ell^2} - \frac{\sigma^2}{\tau^2} \qquad (۴)$$

برای اندازه نمونه می‌شوند. فاصله‌های با کمترین زیان پسین مانند فاصله‌های با چگالی پسین مرتفع برای توزیع نرمال متقارن نیستند، مگر اینکه تابع زیان مورد نظر، مانند تابع زیان اختلاف حقیقی (برناردو، ۲۰۰۵) پایا باشد. بنابراین در ادامهٔ تعیین اندازهٔ نمونه با استفاده از فاصله‌های با کمترین زیان پسین و سه روش ذکر شده را برای توزیع نرمال تعریف کرده و با استفاده از شبیه‌سازی، مقادیر اندازهٔ نمونه محاسبه می‌شود.

۱.۳ روش پوشش متوسط برای توزیع نرمال

روش ACC (جوزف و بلیسل، ۱۹۹۱) کمترین مقدار n را طوری تعیین می‌کند که نابرابری

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_{R_{LPL}} N(\theta \mid \mu_n(\bar{x}), \sigma_n^2)\ d\theta \right\} N(\bar{x} \mid \mu, \sigma_n')d\bar{x} \geq p \qquad (۵)$$

برقرار باشد، که در آن R_{LPL} ناحیهٔ تحمل با کمترین زیان پسین است. چون $\mu_n(\bar{x})$ به مقدار مشاهدات و n بستگی دارد، به دست آوردن مقدار عددی برای طرف چپ نامعادلهٔ (۵) بسیار مشکل است. بنابراین باید از جستجوی عددی برای رسیدن به اندازهٔ نمونهٔ درست استفاده کرد. یک روش برای این فرایند به‌کار بردن استراتژی جستجوی زیربخشی است. این فرآیند زمانی متوقف می‌شود که نتایج مطلوب و مورد نظر برای n برقرار باشد نه برای $n-1$. در زیر به طور خلاصه از الگوریتم مونت کارلو برای تکمیل روش‌های توصیف شده استفاده خواهد شد. به طور کلی روش ACC به‌صورت

$$\int_{\chi} \{ \int_{R_p^{\ell}} \pi(\theta \mid \underline{x}) d\theta \} f(\underline{x})\ d\underline{x} \geq p \qquad (۶)$$

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.17.5]

قابل بیان است، که در آن R_p^ℓ فاصله‌ای به طول ℓ و $f(\underline{x})$ تابع چگالی پیشگو و χ دامنهٔ مقادیر x است. الگوریتم با تولید یک نمونهٔ تصادفی به حجم M از توزیع $f(\underline{x})$ ادامه می‌یابد و برای هر M نمونه، انتگرال داخل اکولاد محاسبه می‌شود. متوسط این M انتگرال، سمت چپ نامعادلهٔ (۶) را تقریب می‌زند تا نتیجهٔ مطلوب برای n به دست آید. این نگرش به نگرش آمیخته‌ی بیزی-درستنمایی معروف است که جوزف و همکاران (۱۹۹۷) آن را برای طرح آزمایش‌هایی برای برآورد تفاضل بین دو نسبت دوجمله‌ای به کار بردند و نتایج آن را با نتایج فرمول‌های استاندارد مقایسه کردند.

برای بررسی خطای روش مونت کارلو می‌توان شبیه‌سازی را چندین بار تکرار کرده و واریانس اندازه نمونه را محاسبه کرد. بدیهی است هر چه تعداد M و تکرارها افزایش یابد، خطای روش مونت کارلو کاهش می‌یابد. در این مقاله به دلیل طولانی بودن زمان جستجوی کامپیوتری از یک تکرار و $M = ۵۰$ و الگوریتم کلی زیر استفاده شده است:

۱) یک مقدار اولیه برای اندازهٔ نمونهٔ n در نظر بگیرید.

۲) M مقدار از متغیر تصادفی $\bar{x}_i$ را از توزیع $N(\mu, \sigma_n')$ تولید کنید.

۳) برای هر مقدار $\bar{x}_i$، تابع درجه دوم مخاطره پسین را از رابطهٔ (۳) محاسبه کرده و آن را به ازای مقادیر مختلف حل کنید تا ناحیه‌ی با کمترین زیان پسین به طول ℓ به‌دست آید. برای هر M مقدار $\bar{x}_i$ به ازای $i = ۱, ۲, \ldots, M$ مقدار $\text{Coverage}(\bar{x}_i) = \int_{R_{LPLi}} N(\theta \mid \mu_n(\bar{x}), \sigma_n^۲) d\theta$ را محاسبه کنید.

۴) متوسط پوشش را برای مقادیر مختلف از رابطه $p' = \frac{۱}{M} \sum_{i=۱}^{M} \text{Coverage}(\bar{x}_i)$ محاسبه کنید.

۵) اگر $p' \geq p$ باشد، الگوریتم متوقف می‌شود و مقدار n اندازهٔ نمونهٔ بهینه است. در غیر این صورت مقدار n را تغییر داده و مراحل را تکرار کنید تا کمترین مقدار برای n دست آید.

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.17.5]

۲.۳ روش طول متوسط برای توزیع نرمال

روش ALC (جوزف و همکاران، ۱۹۹۷) کمترین مقدار n را چنان تعیین می‌کند که داشته باشیم

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\{\int_{R_{LPL}} d\theta\}N(\bar{x} \mid \mu, \sigma'_n)d\bar{x} \leq \ell$$

می‌توان الگوریتمی مشابه الگوریتم بالا برای تعیین اندازهٔ نمونه برای روش ALC نوشت. تفاوت دو روش ALC و ACC این است که در روش ALC باید برای هر $\bar{x}_i$، به ازای $i = ۱, ۲, \ldots, M$، فاصله‌ای جستجو شود که پوشش آن p باشد. سپس طول این فاصله را به دست آورده و ℓ' به‌صورت

$$\ell' = \frac{۱}{m}\sum_{i=۱}^{m} Length(\bar{x}_i)$$

محاسبه می‌شود، که در آن $Length(\bar{x}_i)$ طول فاصلهٔ با کمترین زیان پسین برای $\bar{x}_i$، با پوشش p است. برای ℓ مشخص هرگاه $\ell' \leq \ell$ شود، الگوریتم متوقف می‌شود، در غیر این صورت الگوریتم تا جایی ادامه می‌یابد تا این شرط برقرار شود و مقدار بهینهٔ n به‌دست آید.

۳.۳ روش بدترین برآمد برای توزیع نرمال

روش WOC (جوزف و همکاران، ۱۹۹۷)، مینیمم n را طوری جستجو می‌کند که داشته باشیم

$$inf_{x\in X}\{\int_{R_{LPL}} N(\theta \mid \mu_n(\bar{x}), \sigma^{۲}_n)d\theta\} \geq p$$

با الگوریتمی مشابه می‌توان اندازه نمونه بهینه را برای روش بدترین برآمد به‌دست آورد که در آن p مقدار معلومی است.

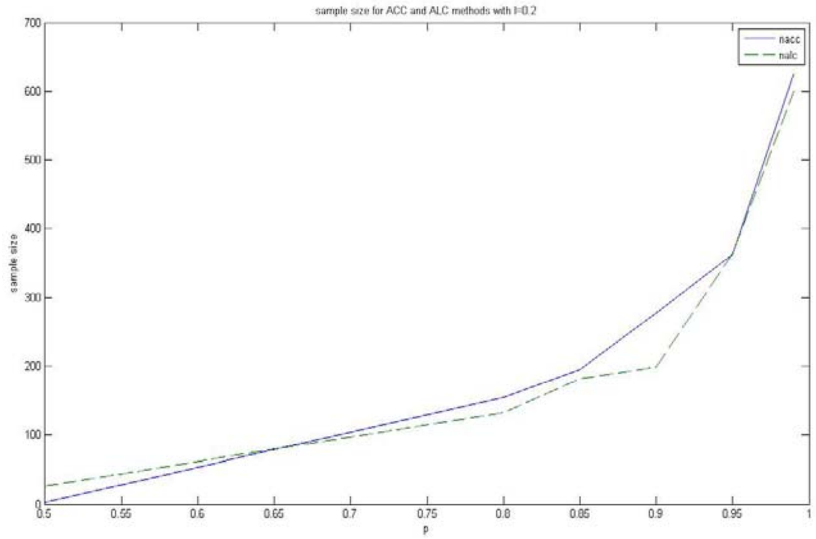
۴.۳ شبیه‌سازی حجم نمونه برای توزیع نرمال

شبیه‌سازی با نرم‌افزار MATLAB برای مقادیر $\sigma^{۲} = ۱$، $\mu = ۱$، $\tau^{۲} = ۰/۱$ انجام شده و اندازه نمونه با استفاده از روش‌های متوسط پوشش، متوسط طول برحسب مقادیر مختلف پوشش p و طول ℓ به ترتیب در جدول ۱ آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود اندازه نمونه حاصل از دو روش ACC و WOC یکسان هستند، زیرا توزیع حاشیه‌ای پسین $\bar{x}$، $N(\mu, \frac{\sigma^{۲}+n\tau^{۲}}{n})$ است. بنابراین برای مقادیر درنظرگرفته شده برای n، واریانس این توزیع مقداری کمتر از یک به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال برای $n = ۵۰$، $\frac{\sigma^{۲}+n\tau^{۲}}{n} = ۰/۱۲$. در این شبیه‌سازی $M = ۵۰$ عدد تصادفی از توزیع $N(\mu, \frac{\sigma^{۲}+n\tau^{۲}}{n})$ تولید شده‌اند که در محاسبهٔ میانگین توزیع پسین، یعنی $\mu_n(\bar{x}) = \frac{\sigma^{۲}}{\sigma^{۲}+n\tau^{۲}}\mu + \frac{n\tau^{۲}}{\sigma^{۲}+n\tau^{۲}}\bar{x}$ به‌کار می‌روند. چون اعداد خیلی نزدیک به هم هستند، میانگین توزیع پسین نیز برای اعداد تفاوت چندانی با هم ندارند. بنابراین پوشش‌های فاصله‌های با کمترین زیان پسین برای این اعداد تصادفی تقریباً با هم برابرند. روش ACC متوسط این ۵۰ پوشش را با مقدار معلوم p و روش WOC مینیمم پوشش‌ها را با p مقایسه می‌کند. بنابراین با توجه به یکسان بودن این مقادیر مینیمم مقدار با متوسط مقدار برابر است. پس اندازهٔ نمونهٔ به‌دست آمده از دو روش تقریباً مساوی است. شکل ۱ تغییرات اندازهٔ نمونه با دو روش ACC و ALC برای مقادیر متفاوت p و $\ell = ۰/۲$ و شکل ۲ تغییرات اندازهٔ نمونه با این دو روش را برای مقادیر مختلف ℓ و $p = ۰/۹$ نشان می‌دهد.

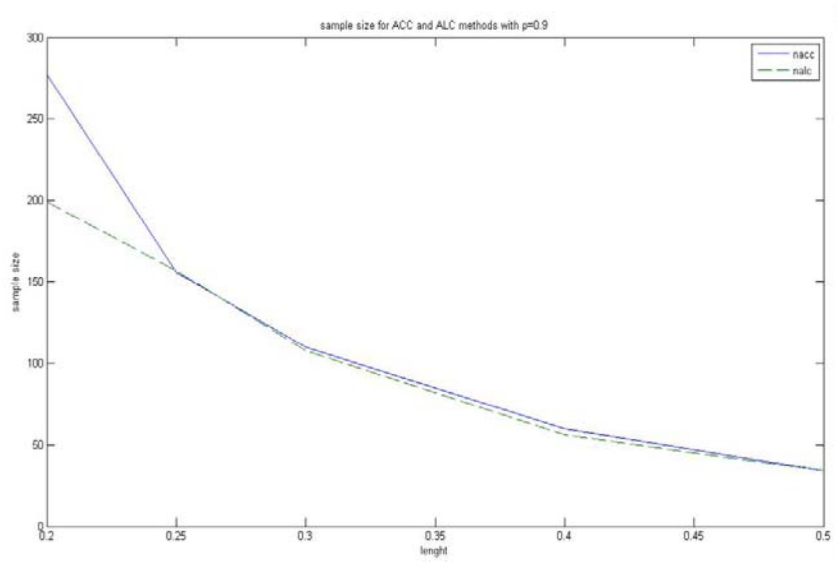
۴ بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله اندازهٔ نمونهٔ بیزی با استفاده از فاصله‌های با کمترین زیان پسین و سه روش ذکر شده محاسبه شد. اندازهٔ نمونهٔ به دست آمده با استفاده از فاصله‌های با کمترین زیان پسین در جدول ۱ نزدیک به مقادیر به دست آمده توسط آدکوک و جوزف (۱۹۸۸) با به‌کارگیری رابطه (۴) است. به عنوان مثال با استفاده از رابطهٔ (۴)، برای ۰/۲۵ و $\ell = ۰/۲$ و $p = ۰/۸$ اندازهٔ نمونه به ترتیب ۱۵۴ و ۹۴ به دست می‌آید. در حالی‌که برای همین مقادیر با توجه به جدول ۱، اندازهٔ نمونه به روش

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.17.5]



شکل ۱: اندازه نمونه‌ای ACC و ALC برای توزیع نرمال با pهای مختلف و $\ell = ۰/۲$.



شکل ۲: اندازه نمونه‌ای ACC و ALC برای توزیع نرمال با ℓهای مختلف و $p = ۰/۹$.

جدول ۱: اندازهٔ نمونهٔ بیزی برای توزیع نرمال با طول و پوشش‌های مختلف به ازای $\sigma^2 = 1$، $\mu = 1$ و $\tau^2 = 0/1$.

روش	p	ℓ				
		۰/۲	۰/۲۵	۰/۳	۰/۴	۰/۵
	۰/۵۰	۲۱	۱۱	۳	۲	۰
	۰/۸۰	۱۵۵	۹۶	۶۳	۳۲	۱۷
ACC	۰/۸۵	۱۹۵	۱۲۴	۸۳	۴۲	۲۴
	۰/۹۰	۲۷۷	۱۵۴	۱۱۰	۶۰	۳۴
	۰/۹۵	۳۶۲	۲۴۴	۱۶۳	۸۷	۵۳
	۰/۹۹	۶۲۷	۴۱۴	۲۸۲	۱۵۵	۹۸
	۰/۵۰	۲۶	۱۸	۱۰	۱	۰
	۰/۸۰	۱۳۲	۸۷	۶۲	۲۹	۱۳
ALC	۰/۸۵	۱۸۲	۱۱۷	۷۸	۴۱	۵۲
	۰/۹۰	۱۹۹	۱۵۷	۱۰۸	۵۶	۳۴
	۰/۹۵	۳۶۳	۲۲۵	۱۴۸	۷۹	۴۴
	۰/۹۹	۶۰۱	۳۶۱	۲۴۹	۱۲۹	۸۵

ACC به ترتیب ۱۵۵ و ۹۶ و به روش ALC به ترتیب ۱۳۲ و ۸۷ است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود اندازهٔ نمونه به روش ALC با استفاده از فاصله‌های با کمترین زیان پسین کوچکتر از فاصله‌های با چگالی پسین مرتفع است، که آدکوک و جوزف (۱۹۸۸) محاسبه کرده‌اند. البته مزیت دیگری که فاصله‌های با کمترین زیان پسین دارند این است که در محاسبهٔ آن‌ها تابع زیان نیز به کار می‌رود که امری مهم در تحلیل بیزی است. با توجه به شکل‌های ۱ و ۲ برای ℓ ثابت با افزایش p اندازهٔ نمونه افزایش و برای p ثابت با افزایش ℓ اندازهٔ نمونه کاهش می‌یابد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از داوران محترم که پیشنهادهای مفید و ارزنده‌ای برای بهبود این مقاله ارائه کردند تقدیر و تشکر می‌نمایند.

مراجع

Adcock, C. J. (1988), Bayesian Approach to Calculating Sample Size, *Statistician*, **37**, 433-439.

Adcock, C. J. (1997), Sample Size Determination: A Review, *Statistician*, **46**, 261-283.

Bernardo, J. M. and Smith, A. F. M. (1994), Bayesian Theory, *Chichester: Wiley*.

Bernardo, J. M. (2005), Intrinsic Credible Regions: An Objective Bayesian Approach to Interval Estimation, *Test*, **14**, 317-384.

Desu, M. M. and Raghavarao. D. (1990), *Sample Size Methodology*, Boston: Academic Press.

Joseph, L., Wofson, D. and du Berger, R. (1995), Sample Size Calculations for Binomial Proportions via Highest Posterior Density Intervals, *Statistician*. **44**, 143-154.

Joseph, L., Belisle, P. (1991), Bayesian Sample Size Determination for Normal Means and Difference Between Normal Means, *Statistician*, **46**, 209-226.

Joseph, L., Du Berger, R., Belisle, P. (1997), Bayesian and Mixed Bayesian Likelihood Criteria for Sample Size Determination, *Statistics in Medicine*, **16**, 769-781.

Lemeshoa, S., Hosmer, D. W., Klar, J. and Lwanga, S. K. (1990), Adequacy of Sample Size in Health Studies, *Chichester: Wiley*.

Lipsey, M. W. (1990), *Design Sensitivity Statistical Power for Experimental Research*, Newbury Park: Sage.

Pham-Gia, T. and Turkkan, N. (1992), Sample Size Determination in Bayesian Analysis (Disc: P399-404), *The Statistician*, **41**, 389-397.

Journal of Statistical Sciences, Spring & Summer 2010 143
Vol. 4, No. 1, pp 77-88.

Bayesian Sample Size Computing for Normal Distribution via Lowest Posterior Loss Intervals

Najafi, N.[1] **and Bevrani, H.**[2]

[1] Islamic Azad University, Makoo branch, Makoo, Iran.

[2] University of Tabriz, Tabriz, Iran.

Abstract: This paper is devoted to compute the sample size for estimation of Normal distribution mean with Bayesian approach. The quadratic loss function is considered and three criterions are applied to obtain p-tolerance regions with the lowest posterior loss. These criterions are: average length, average coverage and worst outcome. The proposed methodology is examined, and its effectiveness is shown.

Keywords: Bayesian inference, Quadratic loss function, Lowest posterior loss.

Mathematics Subject Classification (2000): 62F15